N° d'ordre :

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE 3e CYCLE EN INSTRUMENTATION NUCLÉAIRE

PAR

Daniel BENSAHEL

SUJET

Contribution à l'étude du centre du Cyclotron de Grenoble.

Soutenue le 11 Septembre 1973, devant la Commission d'Examen

JURY

MM. J. VALENTIN — *Président*

J.-P. LONGEQUEUE, J. FERMÉ — *Examinateurs*

N° d'ordre :

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ SCIENTIFIQUE ET MÉDICALE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE 3e CYCLE EN INSTRUMENTATION NUCLÉAIRE

PAR

Daniel BENSAHEL

SUJET

Contribution à l'étude du centre du Cyclotron de Grenoble.

Soutenue le 11 Septembre 1973, devant la Commission d'Examen

JURY

MM. J. VALENTIN — *Président*

J.-P. LONGEQUEUE, J. FERMÉ — *Examinateurs*

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544309_0029

UNIVERSITE SCIENTIFIQUE
ET MEDICALE DE GRENOBLE

LISTE DES PROFESSEURS

Président : Monsieur Michel SOUTIF
Vice-Président : Monsieur Gabriel CAU

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	ANGLES D'AURIAC Paul	Mécanique des fluides
	ARNAUD Georges	Clinique des maladies infectieuses
	ARNAUD Paul	Chimie
	AUBERT Guy	Physique
	AYANT Yves	Physique approfondie
Mme	BARBIER Marie-Jeanne	Electrochimie
MM.	BARBIER Jean-Claude	Physique expérimentale
	BARBIER Reynold	Géologie appliquée
	BARJON Robert	Physique nucléaire
	BARNOUD Fernand	Biosynthèse de la cellulose
	BARRA Jean-René	Statistiques
	BARRIE Joseph	Clinique chirurgicale
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	BERNARD Alain	Mathématiques Pures
	BESSON Jean	Electrochimie
	BEZES Henri	Chirurgie générale
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques Pures
	BOLLIET Louis	Informatique (IUT B)
	BONNET Georges	Electrotechnique
	BONNET Jean-Louis	Clinique ophtalmologique
	BONNET-EYMARD Joseph	Pathologie médicale
	BONNIER Etienne	Electrochimie Electrométallurgie
	BOUCHERLE André	Chimie et Toxicologie
	BOUCHEZ Robert	Physique nucléaire
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées
	BRAVARD Yves	Géographie
	BRISSONNEAU Pierre	Physique du Solide
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique
	CABANAC Jean	Pathologie chirurgicale
	CABANEL Guy	Clinique rhumatologique et hydrologie
	CALAS François	Anatomie
	CARRAZ Gilbert	Biologie animale et pharmacodynamie
	CAU Gabriel	Médecine légale et Toxicologie
	CAUQUIS Georges	Chimie organique
	CHABAUTY Claude	Mathématiques Pures
	CHARACHON Robert	Oto-Rhino-Laryngologie
	CHATEAU Robert	Thérapeutique
	CHENE Marcel	Chimie papetière
	COEUR André	Pharmacie chimique
	CONTAMIN Robert	Clinique gynécologique
	COUDERC Pierre	Anatomie Pathologique
	CRAYA Antoine	Mécanique
Mme	DEBELMAS Anne-Marie	Matière médicale
MM.	DEBELMAS Jacques	Géologie générale
	DEGRANGE Charles	Zoologie
	DESRE Pierre	Métallurgie
	DESSAUX Georges	Physiologie animale
	DODU Jacques	Mécanique appliquée
	DOLIQUE Jean-Michel	Physique des plasmas
	DREYFUS Bernard	Thermodynamique
	DUCROS Pierre	Cristallographie
	DUGOIS Pierre	Clinique de Dermatologie et Syphiligraphie
	FAU René	Clinique neuro-psychiatrique
	FELICI Noël	Electrostatique

MM.	GAGNAIRE Didier	Chimie physique
	GALLISSOT François	Mathématiques Pures
	GALVANI Octave	Mathématiques Pures
	GASTINEL Noël	Analyse numérique
	GEINDRE Michel	Electroradiologie
	GERBER Robert	Mathématiques Pures
	GIRAUD Pierre	Géologie
	KLEIN Joseph	Mathématiques Pures
Mme	KOFLER Lucie	Botanique et Physiologie végétale
MM.	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques Pures
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques Appliquées
	LACAZE Albert	Thermodynamique
	LACHARME Jean	Biologie végétale
	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LATREILLE René	Chirurgie générale
	LATURAZE Jean	Biochimie pharmaceutique
	LAURENT Pierre	Mathématiques Appliquées
	LEDRU Jean	Clinique médicale B
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	LOUP Jean	Géographie
Mle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques Pures
	MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
	MALINAS Yves	Clinique obstétricale
	MARTIN-NOEL Pierre	Sémélologie médicale
	MASSEPORT Jean	Géographie
	MAZARE Yves	Clinique médicale A
	MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
	MOURIQUAND Claude	Histologie
	MOUSSA André	Chimie nucléaire
	NEEL Louis	Physique du Solide
	OZENDA Paul	Botanique
	PAUTHENET René	Electrotechnique
	PAYAN Jean-Jacques	Mathématiques Pures
	PEBAY-PEYROULA Jean-Claude	Physique
	PERRET René	Servomécanismes
	PILLET Emile	Physique Industrielle
	RASSAT André	Chimie systématique
	RENARD Michel	Thermodynamique
	REULOS René	Physique Industrielle
	RINALDI Renaud	Physique
	ROGET Jean	Clinique de pédiatrie et de puériculture
	SANTON Lucien	Mécanique
	SEIGNEURIN Raymond	Microbiologie et Hygiène
	SENGEL Philippe	Zoologie
	SILBERT Robert	Mécanique des fluides
	SOUTIF Michel	Physique générale
	TANCHE Maurice	Physiologie
	TRAYNARD Philippe	Chimie générale
	VAILLAND François	Zoologie
	VALENTIN Jacques	Physique Nucléaire
	VAUQUOIS Bernard	Calcul électronique
Mme	VERAIN Alice	Pharmacie galénique
M.	VERAIN André	Physique
Mme	VEYRET Germaine	Géographie
MM.	VEYRET Paul	Géographie
	VIGNAIS Pierre	Biochimie médicale
	YOCCOZ Jean	Physique nucléaire théorique

PROFESSEURS ASSOCIES

MM.	BULLEMER Bernhard	Physique
	HANO JUN-ICHI	Mathématiques Pures
	STEPHENS Michaël	Mathématiques Appliquées

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.	BEAUDOING André	Pédiatrie
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
MM.	BERTRANDIAS Jean-Paul	Mathématiques appliquées
	BIAREZ Jean-Pierre	Mécanique
	BONNETAIN Lucien	Chimie minérale
Mme	BONNIER Jane	Chimie générale
MM.	CARLIER Georges	Biologie végétale
	COHEN Joseph	Electrotechnique
	COUMES André	Radioélectricité
	DEPASSEL Roger	Mécanique des Fluides
	DEPORTES Charles	Chimie minérale
	GAUTHIER Yves	Sciences biologiques
	GAVEND Michel	Pharmacologie
	GERMAIN Jean Pierre	Mécanique
	GIDON Paul	Géologie et Minéralogie
	GLENAT René	Chimie organique
	HACQUES Gérard	Calcul numérique
	JANIN Bernard	Géographie
Mme	KAHANE Josette	Physique
MM.	MULLER Jean-Michel	Thérapeutique
	PERRIAUX Jean-Jacques	Géologie et minéralogie
	POULOUJADOFF Michel	Electrotechnique
	REBECQ Jacques	Biologie (CUS)
	REVOL Michel	Urologie
	REYMOND Jean-Charles	Chirurgie générale
	ROBERT André	Chimie papetière
	DE ROUGEMONT Jacques	Neurochirurgie
	SARRAZIN Roger	Anatomie et chirurgie
	SARROT-REYNAULD Jean	Géologie
	SIBILLE Robert	Construction Mécanique
	SIROT Louis	Chirurgie générale
Mme	SOUTIF Jeanne	Physique générale

MAITRES DE CONFERENCES ET MAITRES DE CONFERENCES AGREGES

Mle	AGNIUS-DELORD Claudine	Physique pharmaceutique
	ALARY Josette	Chimie analytique
MM.	AMBLARD Pierre	Dermatologie
	AMBROISE-THOMAS Pierre	Parasitologie
	ARMAND Yves	Chimie
	BEGUIN Claude	Chimie organique
	BELORIZKY Elie	Physique
	BENZAKEN Claude	Mathématiques Appliquées
	BILLET Jean	Géographie
	BLIMAN Samuel	Electronique (EIE)
	BLOCH Daniel	Electrotechnique
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques (CUS)
MM.	BOUCHET Yves	Anatomie
	BOUVARD Maurice	Mécanique des Fluides

MM.	BRODEAU François	Mathématiques (IUT B)
	BRUGEL Lucien	Energétique
	BUISSON Roger	Physique
	BUTEL Jean	Orthopédie
	CHAMBAZ Edmond	Biochimie médicale
	CHAMPETIER Jean	Anatomie et organogénèse
	CHIAVERINA Jean	Biologie appliquée (EFP)
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	COHEN-ADDAD Jean-Pierre	Spectrométrie physique
	COLOMB Maurice	Biochimie médicale
	CONTE René	Physique
	COULOMB Max	Radiologie
	CROUZET Guy	Radiologie
	DURAND Francis	Métallurgie
	DUSSAUD René	Mathématiques (CUS)
Mme	ETERRADOSSI Jacqueline	Physiologie
MM.	FAURE Jacques	Médecine légale
	GENSAC Pierre	Botanique
	GIDON Maurice	Géologie
	GRIFFITHS Michaël	Mathématiques Appliquées
	GROULADE Joseph	Biochimie médicale
	HOLLARD Daniel	Hématologie
	HUGONOT Robert	Hygiène et Médecine préventive
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	IVANES Marcel	Electricité
	JALBERT Pierre	Histologie
	JOLY Jean-René	Mathématiques Pures
	JOUBERT Jean-Claude	Physique du Solide
	JULLIEN Pierre	Mathématiques Pures
	KAHANE André	Physique générale
	KUHN Gérard	Physique
	LACOUME Jean-Louis	Physique
Mme	LAJZEROWICZ Jeannine	Physique
MM.	LANCIA Roland	Physique atomique
	LE JUNTER Noël	Electronique
	LEROY Philippe	Mathématiques
	LOISEAUX Jean-Marie	Physique Nucléaire
	LONGEQUEUE Jean-Pierre	Physique Nucléaire
	LUU DUC Cuong	Chimie Organique
	MACHE Régis	Physiologie végétale
	MAGNIN Robert	Hygiène et Médecine préventive
	MARECHAL Jean	Mécanique
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (CUS)
	MAYNARD Roger	Physique du Solide
	MICHOULIER Jean	Physique (I.U.T. "A")
	MICOUD Max	Maladies infectieuses
	MOREAU René	Hydraulique (INP)
	NEGRE Robert	Mécanique
	PARAMELLE Bernard	Pneumologie
	PECCOUD François	Analyse (IUT B)
	PEFFEN René	Métallurgie
	PELMONT Jean	Physiologie animale
	PERRET Jean	Neurologie
	PERRIN Louis	Pathologie expérimentale
	PFISTER Jean-Claude	Physique du Solide
	PHELIP Xavier	Rhumatologie
Mlle	PIERY Yvette	Biologie animale

MM.	RACHAIL Michel	Médecine interne
	RACINET Claude	Gynécologie et obstétrique
	RENAUD Maurice	Chimie
	RICHARD Lucien	Botanique
Mme	RINAUDO Marguerite	Chimie macromoléculaire
MM.	ROMIER Guy	Mathématiques (IUT B)
	SHOM Jean Claude	Chimie Générale
	STIEGLITZ Paul	Anesthésiologie
	STOEBNER Pierre	Anatomie pathologique
	VAN CUTSEM Bernard	Mathématiques Appliquées
	VEILLON Gérard	Mathématiques Appliquées (INP)
	VIALON Pierre	Géologie
	VOOG Robert	Médecine interne
	VROUSSOS Constantin	Radiologie
	ZADWORNY François	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

MM.	BOUDOURIS Georges	Radioélectricité
	CHEEKE John	Thermodynamique
	GOLDSCHMIDT Hubert	Mathématiques
	SIDNEY STUARD	Mathématiques Purs
	YACOUD Mahmoud	Médecine légale

CHARGES DE FONCTIONS DE MAITRES DE CONFERENCES

Mme	BERIEL Hélène	Physiologie
Mme	RENAUDET Jacqueline	Microbiologie

Fait le 30 Mai 1972

R E M E R C I E M E N T S

Je prie Monsieur le Professeur Longequeue,qui m'a accueilli puis proposé ce travail,de trouver ici l'expression de ma plus profonde gratitude.

Je remercie Monsieur le Professeur Valentin,directeur de l'Institut des Sciences Nucléaires,de m'avoir fait l'honneur d'accepter la présidence de ce jury.

Ce travail a été conduit sous la direction de Monsieur Fermé, responsable du cyclotron,qui m'a constamment aidé par ses conseils, suggestions et critiques.Je l'en remercie vivement.

Je remercie également Monsieur Belmont pour les discussions que j'ai eues avec lui.

Je suis reconnaissant à Messieurs Genevey et Fouilhé pour leurs conseils en programmation.

J'exprime enfin mes remerciements à Mademoiselle Lombard pour la dactylographie,à Madame Dimitrieff pour les dessins,à Monsieur Tregi pour les clichés et réductions,à Monsieur Le Dortz pour le tirage et la reliure de ce document,ainsi qu'à toute l'équipe du cyclotron pour leur obligeance à avoir facilité mon travail.

TABLE DES MATIERES

-oOo-

GENERALITES.....

Le cyclotron.....
Objet du travail.....

ETUDES SUR LE CENTRE DU CYCLOTRON DE GRENOBLE.....

PARTIE PRATIQUE.....

PLAN MEDIAN.....

Procédure de calcul.....
Trajectoires théoriques.....
Trajectoires pratiques.....
Harmonique 1.....
Généralités.....
Oscillations de phases.....
Oscillations bétatroniques.....
Zone source-puller.....
Centre de courbure.....
Effet de la bosse de champ.....
Explications de phénomènes observés sur le cyclotron.....
Harmonique 2.....
Généralités.....
Oscillations de phases et bétatroniques.....
Centre de courbure.....

PLAN VERTICAL.....

Focalisation magnétique.....
Focalisation électrique.....
Travaux de Rose.....
Méthode de Belmont-Pabot.....
Méthode de Fermé.....
Observation des résultats.....
Lissage des cartes de champ électrique.....
Effet électrique où magnétique.....
zones focalisantes-défocalisantes.....
Explications sur le tracé vertical.....

AMELIORATIONS.....

La fente au centre.....
Le puller.....
La barette du dé.....
Le pilier du contre-dé.....

CONCLUSION ET CRITIQUES.....

Sur la procédure employée avec l'analogie magnétique.....
Les mesures.....
Le calcul.....
Sur la méthode.....
Les possibilités.....
Cuve rhéographique.....
Analogie magnétique.....
Choix à Grenoble.....
Ce qui s'est fait ailleurs.....
Les maquettes.....
Les calculs.....
Plan médian.....
Plan vertical.....
La surrelaxation.....

ANNEXES.....

A :Nouvelles cartes de champ.....

B :Programme plan médian.....

C :Focalisation radiale magnétique.....

D :Matrice verticale Pabot-Belmont.....

E :Matrice verticale Fermé.....

F :Aperçu sur la méthode de surrelaxation.....

REFERENCES.....

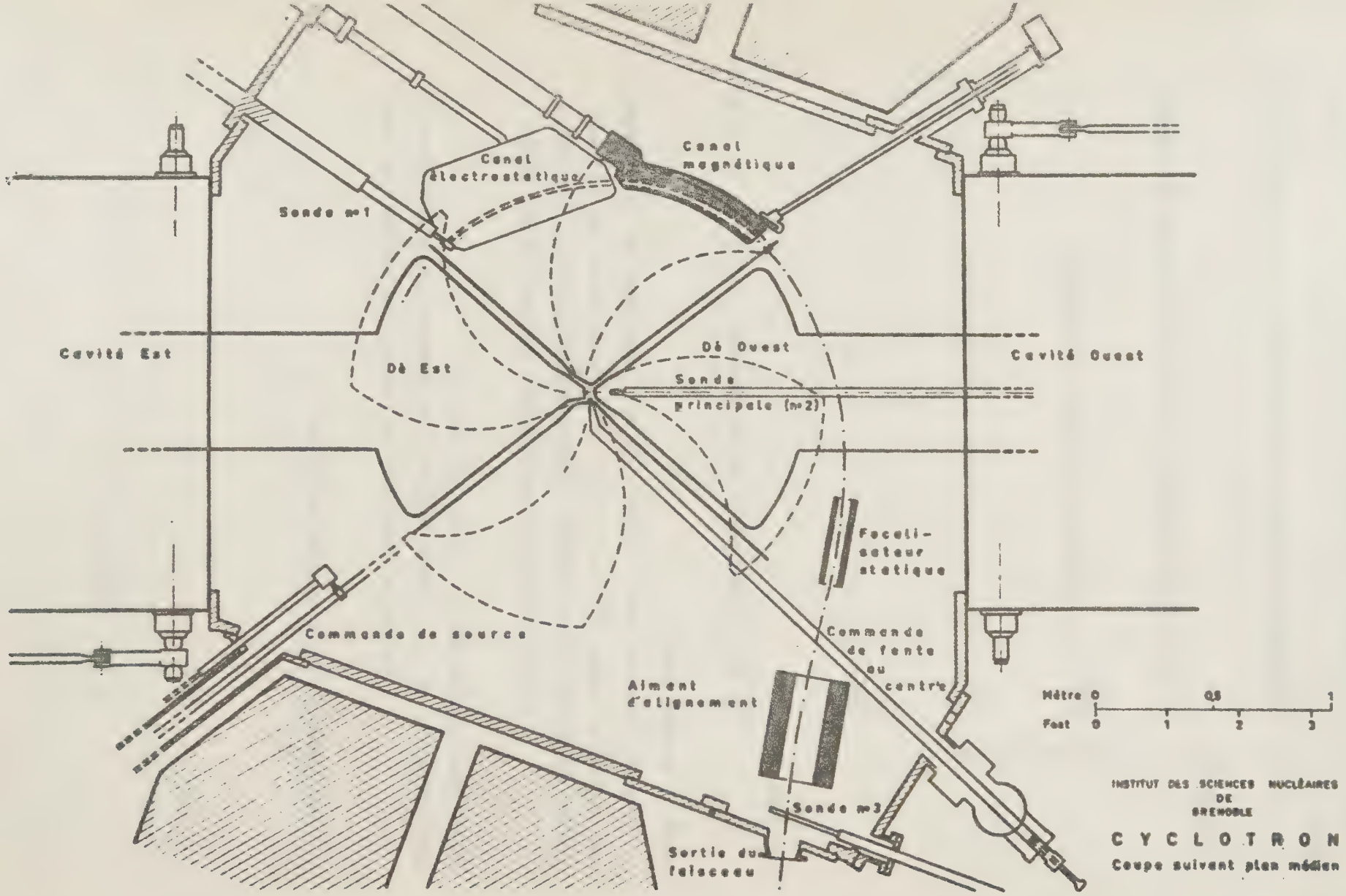
FIGURES.....

PROGRAMME FORTRAN.....

Main,subroutines,blockdata.....

Comment se servir du programme.....

-ooOoo-


Canal électrostatique
Canal magnétique
Sonde n°1
Cavité Est
Dé Est
Dé Ouest
Cavité Ouest
Sonde principale (n°2)
Focalisateur statique
Commande de source
Commande de fente au centre
Aimant d'alignement
Sonde n°3
Sortie du faisceau
Mètre 0 0,5 1
Feet 0 1 2 3
INSTITUT DES SCIENCES NUCLÉAIRES DE GRENOBLE
CYCLOTRON
Coupe suivant plan médian

GENERALITES

-oOo-

LE CYCLOTRON ET SES PROBLEMES AU CENTRE

Le cyclotron isochrone de Grenoble se compose de deux dés sectoraux de 80° d'angle portés à la tension haute fréquence et de deux contre-dés à la masse (figure 1).

Il peut accélérer des protons, deutons, alpha, ions, hélium un ou deux fois chargés, à différentes énergies ; le maximum d'énergie étant $E_{MeV} = 83 \frac{q^2}{m}$ (unité de charge et de masse du proton). D'autre part, il est appelé à accélérer des ions lourds dans un proche avenir.

Il peut fonctionnér en harmonique 1, 2, 3 = h, h étant le rapport :

$$\frac{\omega_{HF}}{\omega_p}$$

$\omega_p = \frac{qB}{m}$ = pulsation de la particule

ω_{HF} = pulsation de la haute fréquence .

La qualité du faisceau extrait est fonction de nombreux paramètres.

- Dispersion radiale : due au mauvais centrage du faisceau.

- Dispersion verticale : la focalisation due au champ magnétique est très faible au centre, alors que celle due au champ

électrique est très forte et dépendante de la phase. Il ne faut pas oublier non plus l'effet de charge d'espace qui tend à élargir le faisceau. Les effets dûs à la charge d'espace sont importants à basse énergie et fort courant.

- Dispersion en phase : l'accélération de particules de différentes phases provoquent une dispersion en énergie qui affectera la qualité du faisceau à l'extraction.

Un partie du faisceau tape dans des pièces mécaniques dans la région centrale : il y a échauffement de ces pièces qui se mettent à "travailler" (exemple : le pilier du contre-dé).

Si la résolution en énergie est fonction des conditions d'extraction, la focalisation et l'intensité du faisceau sont déterminées par les premières révolutions des particules : en effet, au départ de la source, les particules ont peu de vitesse initiale (donc suivent la direction du champ électrique, fonction de la géométrie centrale) et l'effet de charge d'espace augmente la dispersion.

Loin du centre (> 15 cm) la géométrie est simple : le calcul des trajectoires peut se faire théoriquement : alternance de zones sans champ (intérieur des dés et contre-dés) et zones avec champ électrique (espaces inter-dé).

Par contre, dans la région centrale, la notion de dé, d'espace inter-dé n'a plus grande signification du fait de la complexité de la géométrie des pièces. Le calcul des trajectoires nécessite la connaissance de la répartition du champ électrique, et les équations de mouvement sont résolues par une méthode de calcul numérique.

L'objet de ce travail a été la détermination pratique des trajectoires au centre. Pour cela :

- la répartition du champ magnétique a été fournie par la C. S. F.
- la répartition de champ électrique a été obtenue à l'aide d'une analogie magnétique sur un maquette à l'échelle 3 du cyclotron.
- la procédure de calcul des trajectoires est celle que FERME a développée à l'I. S. N. de Grenoble.

En effet, il s'agit de résoudre $\vec{F} = m\vec{\gamma} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$q\,E$: force électrique, E : champ électrique haute fréquence

$q\,v \wedge B$: force de Lorentz

En coordonnées cartésiennes on obtient le système d'équations différentielles couplées :

$$F_x = q\,[E_x + (v_y \cdot B_z - v_z \cdot B_y)]$$

$$F_y = q\,[E_y + (v_z \cdot B_x - v_x \cdot B_z)]$$

$$F_z = q\,[E_z + (v_x \cdot B_y - v_y \cdot B_x)]$$

- les trajectoires s'écartent peu du plan médian : donc v_x et $v_z \gg v_z$

- le champ magnétique, par rayon de symétrie, n'existe que dans la direction O_z donc : $B_x = B_y \neq 0$

On peut donc écrire ; et cela équivaut à découpler les trajectoires dans le plan médian et vertical :

$$1^\circ \quad \frac{d}{dt}(m\,v_x) = q\,(E_x + v_y \cdot B_o)$$

$$\frac{d}{dt}(m\,v_y) = q\,(E_y - v_x \cdot B_o)$$

Dans la région centrale, les énergies sont faibles et l'approximation non-relativiste est valable ; il faut résoudre pour le plan médian :

$$\begin{cases} m_o \ddot{x} = q (E_x + v_y \cdot B_o) \\ \\ m_o y'' = q (E_y - v_x \cdot B_o) \end{cases}$$

c'est ce qui est fait au chapitre "Plan Médian".

2° Pour les trajectoires verticales il faudra résoudre :

$$m \ddot{z} = q (E_z + v_x \cdot B_y - v_y \cdot B_x)$$

Ici on ne peut négliger B_x et B_y car ils sont multipliés par des grande valeurs : v_y et v_x .

c'est ce qui est fait au chapitre "Plan Vertical".

-oOo-

ETUDES SUR LE CENTRE DU CYCLOTRON DE GRENOBLE

-oOo-

EN 1968 :

PABOT (1) résout les équations de mouvement de façon théorique à l'aide d'hypothèse simplificatrices : il admet, que dans la région centrale :

- le champ magnétique $\vec{B}$ est uniforme : $B(x, y) = B_o$

- la pulsation haute fréquence : ω_{HF} = pulsation de la particule : $\frac{q B_o}{m_o}$

- le champ électrique accélérateur $\vec{E}$ est uniforme et contenu dans l'espace dé-contre-dé .

Son calcul se base aussi sur le fait que :

- entre deux espace accélérateurs, l'énergie de la particule reste constante et celle-ci décrit un quart de cercle.

- au cours de la traversée d'un intervalle accélérateur, la particule est accélérée et son centre de courbure se déplace sur une perpendiculaire au champ électrique.

- si le $\vec{E}$ est accélérateur, on définie la phase φ_e et la phase φ_s (lorsque la particule entre et sort de l'espace inter-dé) et si :

$$\varphi_m = \frac{\varphi_e + \varphi_s}{2}$$

la particule a pris l'énergie $\Delta W \neq q \cdot V_{HF} \cdot \cos \varphi_m$

Le calcul est donc basé sur la position du centre de courbure et les phases des particules.

EN 1971 :

THIBAUT et TOURRET (2) utilisent la procédure de calcul de PABOT avec un programme pas à pas ; l'idée directrice étant le découpage des zones où existe un $\vec{E}$ électrique en mini espaces dans lesquels le calcul PABOT est applicable. Ils construisent pour cela une maquette à l'échelle 3 du centre du cyclotron.

Ils critiquaient leur travail en constatant que :

- pour les mesures : une précision supérieure à 1 % était illusoire vu les dimensions de leur sonde (thermostatée par circulation d'eau ; dimensions : 30 x 12 x 11 mm) qui leur interdisait l'accès de la zone source-puller.

- pour le calcul des trajectoires : les résultats obtenus étaient trop maigres pour conclure.

EN 1972 :

FRITH et LECOQ (3) remettent au point le programme THIBAUT TOURRET puis critiquent cette méthode de calcul.

Ils mettent au point pour l'I. B. M. 360/67 le programme "CENTRE" de FERME, et sortent les trajectoires théoriques ($B(x, y) = B_o$, E_y = Cte, $E_x = 0$).

Ils font, sur la maquette à l'échelle 3, des campagnes de mesures du champ électrique dans différentes configurations du centre, à l'aide de sondes HALL FC 32.

Mais faute de temps, ils ne peuvent aller plus loin que les mesures.

-oOo-

PARTIE PRATIQUE

-oOo-

ETABLISSEMENT DES CARTES DE CHAMP

Rappel

Les mesures sur la maquette étaient faites de la façon suivante (3) :

- enregistrement sur papier perforé (à partir du banc automatique de mesure) de :

- 8 cartes extérieures de 20 x 20 points (pas de 9 mm)
- 2 cartes centrales de 100 x 40 points (pas de 3 mm pour plus de précision dans la zone centrale) (figure 2)

- Les huit cartes extérieures sont rangées dans une matrice (60 x 60). Les deux cartes centrales dans une matrice (100 x 80). Et ce, pour les composants E_x et E_y du champ électrique, tout ce calcul étant fait sur la PDP 9 de l'Institut des Sciences Nucléaires.

- On enregistre ces matrices sur bande magnétique compatible I. B. M.

- Sur l'I. B. M. 360/67, on stocke ces matrices sous forme de "block data".

Erreurs des mesures précédentes

Il a fallu repartir au niveau des rubans perforés : les programmes à la PDP ont été amélioré pour traiter les cartes extérieures et intérieures.

On dispose alors des valeurs de champ électrique pour l'harmonique 1 (puller sorti), l'harmonique 2 (puller rentré) et ce pour la source Livingstone, ainsi que les valeurs du champ électrique pour le déflecteur de BELMONT, harmonique 2, puller rentré. Il faut corriger ces cartes des valeurs ératiques et extrapoler les contours des obstacles.

Il s'évère alors que :

- dans la zone source-puller, il n'y a pratiquement pas de points : le banc de mesure ne se déplaçait que dans deux directions perpendiculaires ; d'où existence de zones d'ombres et impossibilité d'atteindre certaines régions (entre la fenêtre par exemple) vu que la sonde arrivait dans un angle fermé. (figure 3).

- d'autre part, à l'aide de photos du centre prises dans l'axe du cyclotron (à travers le puits axial) lors du démontage de celui-ci, on constate que les valeurs lues sur le pupitre de commandes du cyclotron concernant le déplacement latéral et radial de la source sont fausses, donc les positions sur maquette aussi. Il faudra faire les corrections compte-tenu des courbes (32).

D'où nécessité d'établir de nouvelles cartes de champ.

Les nouvelles mesures

L'erreur sur le positionnement exact de la source ne modifie la répartition du champ que dans la zone source-puller. Ailleurs cette répartition est inchangée et on conservera les valeurs de champ des premières mesures. Comme on ne disposait plus du banc automatique (qui de toute façon, aurait été trop lourd pour ces nouvelles mesures) on s'est servi d'une fraiseuse dont le plateau a constitué une table X - Y de (200 x 100 mm).

La zone de mesures couvre : les barreaux du puller, la fenêtre et la source.

Les mesures ont été faites dans les directives parallèles et perpendiculaires au côté du dé-puller avec un pas de trois millimètres.

Un programme permet alors de retrouver les points de maillage de la matrice (100, 80) (voir annexe 1).

On peut effectuer un "lissage" des valeurs de champ grâce au terme "C 3" du programme (voir chapitre plan vertical).

On a ainsi obtenu les cartes de champ électrique pour l'harmonique 1, l'harmonique 2.

Les mesures faites par FRITH et LECOQ en ce qui concernait l'harmonique 2 avec le déflecteur à BELMONT n'ont pu être exploitées car il manquait des paramètres : position exacte du déflecteur, "trous" dans les valeurs de champ.

-oOo-

PLAN MEDIAN

-oOo-

PROCEDURE DE CALCUL (voir annexe B)

Pour résoudre les deux équations :

$$\begin{cases} m\,x'' = q\,E_x + q\,v_y\,B \\ m\,y'' = q\,E_y - q\,v_x\,B \end{cases}$$

On se sert de la méthode que FERME (4), (5) a dévellopé à l'Institut des Sciences Nucléaires : calcul pas à pas dont la variable d e résolution et le temps. Le problème est traité en coordonnées cartésiennes A l'intérieur d'un pas, les champs sont assimilés à des fonctions simples des coordonnées.

- les développements en x et y sont au 4ème ordre d'une série de Taylor.

- les champs sont assimilés à des polynomes du 2ème dégré dont les coefficients sont calculés numériquement à partir de 6 points de mesure voisins de la trajectoire :

- 4 points entourent le point de départ
- les deux autres points sont dans la direction de la trajectoire (donc 4 cas possible selon le signe des composantes de la vitesse en début de pas). (figure 6).

- Connaissant X et Y, ainsi que leurs dérivées on peut calculer le rayon de courbure (donc l'énergie) ainsi que la position de ce centre de courbure.

- Le calcul est fait sans tenir compte de la charge d'espace.

- Sur le tracé des trajectoires, tous les 45 pas, on visualise la position des particules : on "photographie" donc les particules a un instant donné, on obtient une visualisation du bunch d'ions.

TRAJECTOIRES THEORIQUES (figure 8)

Une des vérifications de la validité du programme de calcul a été le tracé des trajectoires dans un champ électrique tel que $E_x = 0$; $E_y = A \sin \omega t$, $B = cte$ dont la solution théorique est connue (les résultats sont très satisfaisants, différences n'apparaissant qu'à 10^{-5} pres) puis avec $E_x = 0$, $E_y = A \sin \omega t$, la distribution du champ magnétique étant celle du cyclotron.

Sur la figure 8 on observe les oscillations de phase : les particules de différentes phases de départ oscillent autour de la particule de phase milieu du bunch ; du fait que les particules partent avec des phases différentes elles subissent une tension accélératrice alternative qui n'a pas toujours optimum, elles ont donc différentes énergies qui oscillent autour d'une énergie moyenne. Ce ne serait pas le cas si on avait une tension haute fréquence en crénaux : le gain d'énergie serait le même pour toutes les particules de différentes phases. (Mais alors on montre aussi qu'on aurait une forte défocalisation verticale due à ce "flat-topping").

Sur la figure 9 on peut vérifier la focalisation radiale géométrique : différentes particules partent, avec la même phase, décalées en abscisse : on obtient un point de focalisation à 90°, et l'image à 180° ce que prévoit la théorie (6) . Les oscillations radiales obéissent à $y'' + \omega^2 (1 - n) y = 0$ où n est tel que :

$$\frac{dB}{B} = -n \frac{dR}{R}$$

$$dB = 0 \rightarrow n = 0$$

$$Y = y_o \sin \omega_x^{1/2} t \rightarrow \nu_x = \frac{\omega_x}{\omega} = 1$$

Trajectoires à orbites constantes :

De l'équation $\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \wedge \vec{B}$ on tire :

Rayon de courbure : $R = \frac{m_o v_o}{q B} \rightarrow v_o = \frac{q B}{m} R$

Comme $E = \frac{1}{2} m_o v_o^2 = \frac{1}{2} q^2 B^2 . \frac{R^2}{m} = Cte \; B^2 R^2$

et E est fonction de V : $E \sim Cte \; V$

On en déduit : $R^2 = Cte . \frac{V}{B^2}$

(Pour une démonstration plus sophistiquée voir (13))

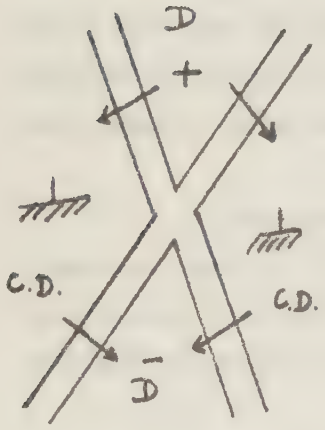
Si le rapport $\frac{V}{B^2}$ reste constant, les trajectoires sont inchangées: d'où la possibilité, sans refaire des tracés d'avoir les trajectoires à différentes énergies.

TRAJECTOIRES PRATIQUES

Elles portent sur l'harmonique 1 et 2. Elles seront plus étudiées en harmonique 1 car c'est dans cette configuration qu'expérimentalement l'obtention du faisceau est la plus délicate.

L'harmonique 1

* Le Cyclotron fonctionne ainsi pour accélérer les protons sortant de la source Livingston avec une vitesse peu différente de 0. En harmonique 1 les dés sont en opposition de phase ("push-pull")



D'autre part on a ω

$$\omega_{HF} = \omega_{particule} = \frac{q\,B}{m}$$

Le cyclotron fonctionne avec le puller sorti : (7) (8)

* Sur la figure 10, on voit les oscillations de phase . La dispersion de ces oscillations augmente à chaque tour ce qui aura un effet nusible lors de l'extraction (dispersion en énergie). Le ventre de ces oscillations se situe dans l'inter-dé (barette-pilier) : c'est là qu'il faudrait placer une fente si on veut un faisceau ayant peu de dipersion en phase donc en énergie.

En théorie DUPONT (13) et PABOT (1) ont montré que la particule qui acquière le maximum d'énergie est celle qui traverse les espaces inter-dés avec une phase de $\pm$ 50° , c'est-à-dire lorsque l'on a : $V = V_{HF} \cdot \cos\varphi$ avec $\varphi = \pm 50°$, le maximum d'énergie

par tour étant alors $4\ q\ .\ V_{HF} = \cos 50°$. Le faisceau est alors composé de particules décalées dans le temps (à cause de leurs différentes phases de départ) et les phases extrema de ce faisceau dans les espaces inter-dés sont successivement :

$$\begin{cases} \varphi_1 = 50° + \Delta\varphi \\ \varphi_2 = -50° + \Delta\varphi \end{cases}$$

ce qui équivaut à un gain en énergie par tour :

$$W - \Delta W = 4 \cdot q \cdot V_{HF} \cdot \cos 50° \cdot \cos \Delta\varphi$$

Il faut donc, que, (compte tenu du glissement de phase du à la bosse de champ magnétique au centre), après 3 à 5 tours les particules aient leurs phases centrées autour de $\pm$ 50° à la traversée des espaces inter-dé.

En effet de toutes les phases qui passent sur les deux premiers tous, il y en aura qui seront perdues pour l'accélération ultérieure car elle n'auront pas cette phase de $\pm$ 50° dans les espaces inter-dé. C'est l'intervalle de phase acceptable.

Les obstacles géométriques limitent l'intervalle de phase "accélérable" (en dessus et en dessous de cet intervalle, les particules sont déaccélérées (9)). On peut évaluer cet intervalle compte tenu du tracé des trajectoires à 12,5 % $(\frac{45°}{360°})$ en harmonique 1.

L'intervalle de phase acceptable pour une bonne accélération après les premiers tours est évalué en calculant d'après les tracés quelles sont les phases de départ qui donnent des phases centrées autour de $\pm$ 50° au 2ème et 3ème tour dans la traversée des espaces inter-dé.

On trouve : $40° < \varphi < 60°$

PABOT (1) dans son calcul a donné $20° < \varphi < 40°$ mais ne tenait pas compte de la bosse de champ magnétique. Or cette bosse entrainant un glissement de phase pendant les premiers tours, il faut, pour rattraper ce glissement, partir de phases plus élevées (Reiser (10).).

On a tracé sur les figures (10.1) et (10.2) les trajectoires issues de la source successivement sans et avec vitesse initial

- Sans vitesse initiale source Livingston : champ de 1,26 Tesla, $V_{injection} = 0$, tension inter-dé de 46 KV .

- Avec vitesse initiale : on suppose que les protons sortent d'un déflecteur : ils sont accélérés à 16 KeV à l'injection, le champ magnétique est de 1,15 Tesla, la tension inter-dé de 45 KV (données de BELMONT pour l'Injection Axiale).

On constate que les particules préaccélérées se dispersent moins en phase.

Les calculs de trajectoires montrent aussi que si on injecte des protons à 42 KeV pour un champ magnétique pour 1,15 Tesla, si le puller est sorti, les particules taperont sur le barreau du puller à cause de la forte tension d'injection et du fort champ électrique dans la zone source puller. Il faut donc soit rentrer le puller, soit déplacer la source.

* Figure 11 : La largeur de la source étant d'environ 1,5 mm il existe des oscillations bétatroniques.

Il y a un point de focalisation à 140° (dû à l'influence du champ électrique). Le ν_x est très peu différent de 1, ce qui se conçoit car dans cette région le champ magnétique varie peu et dans l'équation $y'' + (1 - n)\, \omega^2\, y = 0$ (6) n reste toujours très peu différent de 0.

A part les 2 premiers points de focalisation, les autres sont moins clairement définis et prennent plutôt l'aspect de lignes que de points de focalisation.

Ceci montre que l'hypothèse d'oscillations bétatroniques de ν_x # de 1 modulées par le champ électrique est grossière : Il eixste des effets non linèaires tels que le couplage (r - φ) qui font que le théorème de Liouville ne peut être appliqué en toute rigueur dans l'espace de phase (r-pr) (10).

Ce couplage r - φ se traduit par un étirement de l'ellipse de phase quand l'énergie augmente. Les orbites de particules, dont les centres sont déplacés par rapport au centre géométrique du cyclotron, subissent une oscillation de phase à la traversée de chaque espace inter-dé, et ces oscillations de phase produisent des $\vec{p}_r$ différents pour les particules d'un bunch, (voir la référence (29)).

Il faut enfin constater que ces oscillations bétatroniques ne jouent qu'un faible role dans la dispersion du faisceau, par rapport à la dispersion en phase qui est de loin la plus prépondérante.

* Les trajectoires dans la zone source-puller sont fortement influencées par le champ électrique : en effet, les particules qui quittent la source ont très peu de vitesse initiale et suivent pratiquement le champ électrique.

La connaissance du champ électrique est donc très importante dans cette zone là (ainsi que pour le mouvement vertical comme on le verra au chapitre "plan vertical").

* Le déplacement du centre de courbure est un facteur important pour la qualité du faisceau : pour une accélération optimum, c'est-à-dire sans unegrande dispersion, il faut que le faisceau soit pratiquement centré sur le centre géométrique du cyclotron.

Sur la figure 12, on a représenté l'évolution du centre de courbure de la phase milieu du bunch.

Au cours de chaque accélération (traversée des espaces inter-dé), le centre de courbure se déplace sur un perpendiculaire au champ électrique d'une quantité Δy_c qui décroit rapidement avec les accélérations.

Le centre de courbure se déplace sur des carrés (dont les côtés correspondent à la traversée des espaces accélérateur (inter-dé) et dont les sommets correspondent à la traversée des dés et contre-dés (zones sans champ électrique, seul agit le champ magnétique).

Ces carrés vont en se rétrécissant (dû au fait que $\Delta y_c \neq \Delta R$ dans chaque accélération et comme $\Delta R \to 0$, $\Delta y_c \to 0$ (19)) et se centrent assymptotiquement sur le point $x_c = 7{,}8$ mm, $y_c = -6{,}65$ mm .

Les trajectoires avec la position de source utilisée ne sont donc pas exactement centrées.

Il faut noter ici l'importance du puller : dans les cyclotrons destinés à fonctionner uniquement avec des protons, la géométrie centrale est figée et optimisée pour que le déplacement du centre courbure soit sensiblement le même pour toutes les phases de départ.

Par contre dans le cas des cyclotrons destinés à accélérer des alphas, deutons..., aussi bien que des protons, le role du puller est de modifier la géométrie centrale pour la première accélération.

En particulier, on vérifie sur les trajectoires pratiques le résultat de PABOT -BELMONT (19) : le role du puller (sorti en harmonique 1) et de faire passer la particule médiane du bunch à une phase très peu différente de zéro degré à la première accélération au lieu de 50° (puller-rentré), ce qui donne une dispersion minimum des centre de courbure : $\frac{d(\Delta y_c)}{d\varphi} \simeq \sin \varphi_m$ minimum)

* A cause de la bosse de champ magnétique (augmentation de 3 % du champ au dessus de sa valeur isochrone) qui est nécessaire pour la focalisation verticale, il se produit un glissement de phase qui peut être calculé, en première approximation, par la formule de SMITH et GARREN (11).

$$\sin(\theta + N \cdot 40°) - \sin(\theta_o + N \cdot 40°) = -\frac{2\pi \cdot N \cdot E_k}{eV \cdot r^2} \int_o^r \frac{A\,B}{B_o}\, dr^2$$

où :

N : nombre d'harmonique

E_k : énergie cinétique au rayon r

eV : énergie maximum gagnée par tour

B_o : valeur de champ isochrone

En intégrant $\frac{A\,B}{B_o}$ sur 7 cm on obtient un glissement de phase de ≃ 37°, qui est responsable des différences d'acceptance en phase entre le calcul de PABOT et les résultats obtenus ici.

* Phénomènes observés sur le cyclotron et interprétation au vu des trajectoires.

a - Initialement le puller fourni à la construction du cyclotron comportait quatre barreaux (figure 13). Des essais sur le cyclotron ont montré que les barreaux 2 et 4 étaient inutiles et faisaient obstacle au faisceau. Il restait donc les barreaux 1 et 3 utiles à la focalisation verticale.

Puis on a constaté que le 1er barreau était attaqué (échauffement). Etait-ce à cause du faisceau ou à cause d'ions négatifs ?

C'est vraisemblablement la 2ème solution qui est correcte car le faisceau (confère figure 10) passe assez loin du 1er barreau et un calcul de trajectoire avec des ions H^- montre que ces ions H^- (toujours présents dans la source) peuvent être accélérés, mais tapent dans ce barreau (figure 14).

b - On savait qu'en harmonique 1, la latitude pour bouger la source sans perdre le faisceau était faible et qu'il fallait beaucoup de KV (45 à 50 KV) pour faire franchir au faisceau l'espace source puller : on comprend (figure 10) pourquoi :

- Si on recule (vers les y négatif) la source par rapport au puller, la différence de potentiel entre la source et le puller restant constante, la distribution du champ électrique (équipotentielles "plates") ne permet pas un "tirage" efficace des particules hors de la zone source-puller.

- Si l'on rapproche trop la source du puller, c'est par défocalisation axiale qu'on perd le faisceau (cf"plan vertical").

- Si l'on se déplace vers la droite (x croissant), le faisceau tape dans le coin extérieur gauche de la fenêtre (figure 15)

- Si l'on se déplace vers la gauche (x décroissant), le faisceau franchit l'espace source-puller mais bute dans le coin extérieur droit de la fenêtre.

Enfin, contenu de la géométrie source-puller, on comprend qu'il faut un fort champ électrique pour "tirer" le maximum possible des particules, ce qui donne un aspect linéaire à la trajectoire dans cette zone.

c - Problème de la fente au centre :

- L'écart en phase acceptable, calculé plus haut, est beacoup trop grand : à l'extraction, on aura un dispersion en énergie qui n'est pas souhaitable pour certaines expériences de physique nculéaire. Il faut donc limiter des le départ des particules la dispersion en phase. Pour cela, on dispose sur le trajet du faisceau des fentes qui ne laissent passer qu'un nombre restreint de phases. Il faut placer ces fentes à un ventre du faisceau (12).

- On a placé une fente dans le cyclotron le long de l'espace inter-dé (barette-contre-dé rond), seul espace inter-dé accessible.

Mais quand on déplaçait cette fente, ou on arrêtait tout le faisceau, ou on arrêtait rien.

Ce qui se comprend car dans cet espace inter-dé (figure 10) on est à un noeud du faisceau ; donc la fente était inopérante dans cette configuration.

Il faudrait la placer dans l'inter-dé (barette-pilier) mais c'est impossible car il y a l'extracteur. (figure 16).

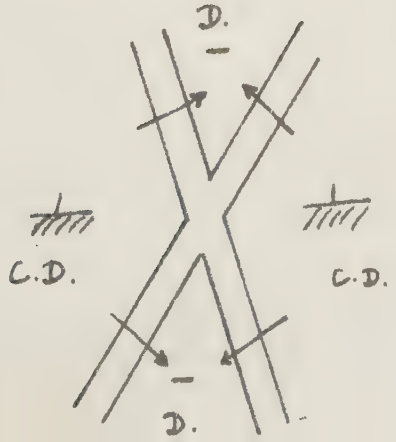
On ne peut donc, dans la configuration actuelle du cyclotron, placer de fente au centre pour une sélection en phase dans le plan médian. On verra (voir "plan vertical") qu'on peut, par contre, placer une fente verticale pour sélectionner des phases.

Harmonique 2

* On fonctionne dans cette harmonique pour l'accélération d'α, He^{++}, ... avec ou sans vitesse initiale :

- avec, si les particules sont émises par une source externe et sont injectées au centre par un déflecteur,

- sans, si les particules sont émises par la source interne.



En harmonique 2, les dés sont en phase (push-push), le puller est rentré.

* Il y a aussi des oscillations de phases (figure 17) et radiale (figure 18) bien qu'elles soient moins bien définies qu'en harmonique 1.

L'intervalle de phase accélérable est beaucoup plus grand qu'en harmonique 1 : 16 % ($\frac{60°}{360°}$) ; en effet, les particules ne rencontrent pas d'obstacle au départ car elles passent bien dans la fenêtre. Il faut moins de KV (25 à 35) pour tirer les particules.

On retrouve les mêmes résultats qu'en harmonique 1 : les trajectoires avec vitesse initiale sont plus serrées que celles sans vitesse initiale.

Sur les figures (17.1 et 17.2) on a représenté les trajectoires telles que :

- source Livingston : sans vitesse initiale

- analogie avec la sortie du déflecteur de BELMONT : accélération de deutons, avec B = 1,15 Tesla, V_{inj} = 21 KeV

* Le faisceau en harmonique 2 se centre mieux qu'en harmonique 1 (figure 19), il se centre assymptotiquement sur le point $y_c = 0$; $x_c = -6,7$ mm pour la particule milieu du bunch. Donc moins de perte de faisceau qu'en harmonique 1.

-oOo-

PLAN VERTICAL

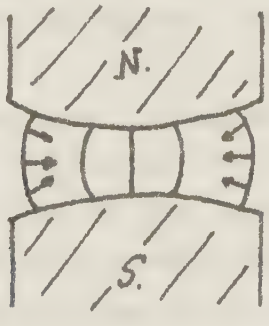
-oOo-

Une fois les obstacles géométriques du premier tour franchis, le mouvement vertical est la principale cause des pertes d'ions par suite des côtes excessives de certains ions en cours d'accélération.

Les forces verticales agissant sur un particule hors du plan médian sont fonctions des variations du champ électrique, du champ magnétique et de la phase.

a - Contribution à la focalisation axiale du champ magnétique

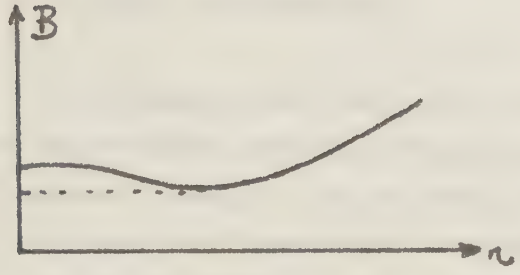
Si on définit l'indice de champ n par $\frac{dB}{B} = -n \frac{dR}{R}$, on montre que, pour qu'il y ait focalisation axiale, que $n > 0$ c'est-à-dire un champ décroissant avec le rayon. C'est ce que l'on a fait sur les cyclotrons jusqu'en 1953.



Puis, en utilisant la focalisation alternée (alternance de zone avec fort et faible champ magnétique) et la focalisation par spirale, on a pu augmenter B quand le rayon croissait (donc $n < 0$).

Seulement au départ l'effet de gradient alterné étant négligeable (annexe C), on est défocalisant. On crée donc, dans la

région centrale un indice n > 0 ; c'est-à-dire une"bosse" de champ magnétique (3 % au dessus de la valeur du champ isochrone).



Cette bosse de champ provoque un glissement de phase du fait que le champ n'est plus isochrone : les ions doivent partir en retard pour se retrouver en phase quand ils auront atteint la zone ou le champ redevient isochrone. D'autre part partir en retard est avantageux pour la focalisation électrique.

On verra que cette bosse ne contribuera pas beaucoup à la focalisation verticale.

b - Focalisation axiale due au champ électrique

1 - L'importance du champ électrique pour la focalisation axiale suit de peu l'invention du cyclotron : travaux de ROSE (15) utilisant les remarques de KOTTLER (16) sur la description et les propriétés de symétrie deschamps électriques.

L'allure des équipotentielles entre deux dés d'un cyclotron est donnée par la figure 20 : une particule traversant de gauche à droite l'espace inter-dé dans le plan médian ne subira qu'une force située dans le plan médian, mais une particule au dessus ou au dessous de ce plan médian subira une force verticale focalisante jusqu'au milieu du gap, défocalisant dans l'autre moitié.

Ces deux effets doivent produire une force résultante légèrement focalisante. Cependant, on peut augmenter nettement cette focalisation si :

- le champ électrique varie, et
- si l'ion est accéléré.

* La focalisation due à la variation du champ électrique es renforcée car la particule voit un champ différent dans les deux parties de l'espace inter-dé (exemple : si le champ est décroissant, la particule verra un champ focalisant dans la première partie du gap qui sera supérieur au champ défocalisant de la seconde partie du gap, d'où effet résultant focalisant). Cet effet est linéaire en z.

* Si l'ion est accéléré lors de la traversée du gap, il passera moins de temps dans la seconde partie du gap que dans la première. Cet effet, toujours focalisant, est fonction de la géométrie du gap.

* Au total, ROSE prédisait un :

$$\Delta z' = \left(1 - \frac{q \cdot V_o \cdot \cos \varphi}{E_c}\right) z_o \qquad \text{où :}$$

z' : dz/dx

q : charge de la particule

z_o : déplacement axiale de la particule quand elle entre dans la lentille

V_o : tension inter-dé

E_c : énergie cinétique } au centre de l'espace inter-dé

φ : phase de la particule

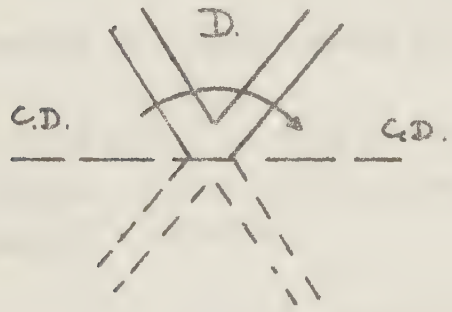
* Par la suite, COHEN (17) a montré que le résultat de ROSE n'était que les deux premiers termes d'un développement en série en $\sqrt{1/E_c}$. Puis REISER (18) y a inclus la géométrie de l'espace inter-dé (figure 21).

Mais tous les expressions obtenues ne sont valables que moyennement certaines hypothèses. : Entre autre, il faut que le temps de transit de la particule à travers le gap soit petit et que le gain à la traversée du gap soit petit vis à vis de l'énergie incidente de la particule. Or durant les premiers tours, ceci n'est pas vérifié.

2 - A Grenoble, PABOT et BELMONT (19) ont simplifié le problème : leur calcul est basée sur le fait que lorsque une particule décrit un demi cercle dans le cyclotron, elle subit :

- les forces électriques focalisantes et défocalisantess dans les deux intervalles accélérateurs

- les forces magnétiques sur tout ce demi - tour



Ils considèrent l'ensemble de ce demi - tour comme une lentille épaisse, d'indice N, tel qu'en tout point de cette lentille, les trajectoires verticales sont régies par l'équation :

$$z'' + N \cdot z = 0 \quad \text{avec} \quad N = n_1 + n_2 + n_3$$

$n_1 > 0$: variation de la vitesse dans les intervalles accélérateurs

$n_2 \gtrless 0$: variation de phase dans ces intervalles

$n_3 > 0$: indice de champ magnétique du cyclotron

Comme $N = f(R)$ l'équation différentielle ne peut être intégrée théoriquement.

Signalons cependant que $N < 0$ sur ce demi tour entraine un mouvement instable (divergence), $N > 0$ un mouvement stable (oscillation).

On résoud le système matriciellement :

$$\begin{bmatrix} z \\ \frac{dz}{ds} \end{bmatrix}_s = M \begin{bmatrix} z \\ \frac{dz}{ds} \end{bmatrix}_e$$

M étant le produit de matrice calculé à l'annexe D.

On en déduit le tracé des trajectoires dans le plan vertical (sauf pour le premier espace accélérateur car le calcul ne s'applique pas) (figure 22).

Mais ce calcul ne peut être appliqué rigoureusement pour les premiers tours car il simplifie la géométrie centrale : les quatre dés ont des formes complexes ; et la distribution de champ électrique ne suit pas exactement les hypothèses de PABOT.

3 - Aussi, on s'est servi d'une méthode de calcul pas à pas qui consiste à intégrer numériquement la troisième équation du mouvement (4, 2ème partie).

$$F_z = q \cdot E_z \cdot \sin(\omega t + \varphi) + q\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot \frac{dy}{dt}\right)$$

Or :

$$B_z = B_o \quad (\text{n'existe que dans le plan vertical})$$

$$B_z = B_o\ B_o + B_1 x + B_2 y + B_3 x^2 + B_4 y^2 + B_5 xy$$

De même :

$$E_z \neq z \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\rightarrow \quad \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y}$$

or : $\operatorname{div} \vec{E} = 0$

Donc il faut résoudre l'équation

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{q}{m}\left[\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \cdot \frac{dy}{dt}\right) + \left(-\frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\right]$$

focalisation magnétique — focalisation électrique

On résoud cette équation pas à pas en fonction des temps t. On obtient :

$$\begin{cases} z = z_o \cdot a_{11} + \frac{dz}{dt_o} \cdot a_{12} \\ \\ \frac{dz}{dt} = z_o \cdot a_{21} + \frac{dz}{dt_o} \cdot a_{22} \end{cases}$$

Il est plus utile de connaitre $\frac{dz}{ds}$ (pente géométrique) plutôt que $\frac{dz}{dt}$ (vitesse verticale)

Comme :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2} = v \begin{cases} v_o \text{ en début de pas} \\ \\ v_F \text{ en fin de pas} \end{cases}$$

On obtient :

$$\begin{cases} z = z_o \cdot a_{11} + \frac{dz}{dt_o} \cdot a_{12} \\ \\ \frac{dz}{dt} = z_o \cdot \frac{a_{21}}{v_F} + \frac{dz}{dt_o} \cdot \frac{v_o}{v_F} \cdot a_{22} \end{cases}$$

On démontre (4, appendice) que le déterminant de cette matrice est v_o/v_F .

Si $v_o \neq v_F$ c'est qu'il y a eu accélération tangentielle.

Dans le programme, on calcule à chaque pas la matrice de transfert verticale élémentaire.

$$\begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} A(4,4) & A(4,5) \\ A(5,4) & A(5,5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_e = M \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_e$$

qui au premier ordre peut s'écrire :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & T \\ \frac{C8.T}{V_F} & \frac{V_o}{V_F} \neq 1 \end{bmatrix}$$

Matrice équivalente à celle d'une lentille mince

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

Par analogie on aura : $C8 \sim -\frac{1}{f}$

C8 : réprésente le terme de convergence électrique et magnétique : représentés respectivement dans le programme par (C1 et C2) et (C3).

4 - Observations :

Il est donc interessant d'observer les variations du C3 (convergence électrique) et C8 (convergence électrique + magnétique) en fonction du nombre de pas, et ce pour plusieurs raisons.

- obtenir un moyen pour lisser les cartes de champ

- observer qui l'emporte, dans cette région, de la focalisation électrique ou magnétique

- observer la succession des espaces focalisants et défocalisants

* Lissage de cartes de champ électrique :

Le terme donnant la focalisation électrique est :

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}\right) \qquad \text{(figure 23)}$$

Le calcul de ce terme fait appel au dérivées de E_x et E_y : une discontinuité dans les valeurs de E_x ou E_y affectera donc leur dérivée et cela se traduira, sur le tracé de $\partial E_z / \partial z$ par de grandes variations. Ceci a fourni un moyen pour effectuer un lissage des valeurs de champs. (Sur les trajectoires du plan médian, qui ne font appel qu'à E_x et E_y, les variations de trajectoires sont très faibles, et on ne peut observer les discontinuités du champ).

Toutefois le lissage, dans la zone source-puller, est difficile à effectuer vu les variations rapides du champ, la précision sur les points de mesure étant relativement faible.

* Qui l'emporte de l'effet magnétique ou électrique ?

Dans la zone centrale le champ magnétique ne varie que très peu (moins 4 % du maximum à 10 cm). L'effet de convergence est donc négligeable et toute la focalisation est due au champ électrique. C'est l'homothécie qu'on obtient entre les courbes du C 8 (figure 24) (focalisation électrique + magnétique) et C3 (focalisation électrique)

* Observation des espaces focalisants, défocalisants

On a vu que C8 représentait le terme de convergence $-\frac{1}{f}$ d'une lentille mince.

Donc : C8 > 0 représente une distance focale divergente

C8 < 0 représente une distance focale convergente

C'est ce que l'on observe sur la figure 24 :

- à l'entrée d'un espace inter-dé C8 < 0 focalisation
- à la sortie de cet espace C8 > 0 défocalisation

Le terme de focalisation électrique est :

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} \sin(\omega t + \varphi) = -(\sin \omega t + \varphi) \left[\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} \right]$$

La présence de $(\sin (\omega t + \varphi))$ module le terme statique $= \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y}$: c'est lui qui fait inverser la tension d'un côté à l'autre d'un dé, donc l'alternance de focalisation, défocalisation dans un espace inter-dé (figure 25).

Pour plus de clarté, on a tracé le terme statique pour suivre sur un tour la suite des espaces focalisants, défocalisants (figure 26)

A partir du 2ème tour, compte-tenu des dessins du C3, on peut positionner des lentilles minces équivalentes à l'espace inter-dé : elles situent à 1 mm en dedans des dés :

* Observations sur le mouvement vertical des particules

Le mouvement vertical des particules est donné par :

$$\begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} P(4,4) & P(4,5) \\ P(5,4) & P(5,5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_e \quad \text{(voir annexe E)}$$

Donc en particuléer :

$$z = P(4,4) \cdot z_o + P(4,5) \cdot z'_o$$

z_o = azimuth initial

z'_o = pente verticale initiale

Si la vitesse initiale est très petite, l'effet du terme $P(4,5) \cdot z'_o$ est négligeable, et le tracé de $P(4,4)$ en fonction du nombre de pas, donne le mouvement de la trajectoire dans le plan vertical.

Le tracé a été fait en harmonique 1 et 2 avec et sans vitesse initiale.

Sur les figure (27) on remarque la forte dépendance en phase pour la focalisation verticale : certaines phases permettent une bonne focalisation axiale (les trajectoires alternent autour du

plan médian), d'autres défocalisent trop vite et sont perdues. Dans cette région centrale la focalisation magnétique n'intervient que très peu.

Pour vérifier quand même la focalisation due au champ magnétique, on a tracé les trajectoires théoriques ($E_x = 0$, $E_y = Cte$) avec le champ magnétique utilisé dans les calculs (distribution de B approximé par une cubique, c'est la figure 28) et avec un champ magnétique décroissant beaucoup plus rapidement que le précédent (champ approximé par une parabole : FRITH - LECOQ (3), figure 29).

Alors que dans le premier cas la focalisation axiale est faible, dans le deuxième cas on est nettement focalisant.

Et avec ce dernier champ, l'effet de focalisation magnétique l'emporte sur l'effet de focalisation électrique comme le montre les figures 30 : les particules oscillent autour du plan médian, mais sont désynchronisées.

En conclusion sur le mouvement vertical il faudra noter la forte dépendance du champ électrique et de la phase. La focalisation axiale n'a lieu que pour un intervalle restreint de phases : si on suppose que la source a une extension axiale de 2 mm, et si l'on garde les particules qui, au bout de 3 tours, sont à 1,5 cm du plan médian, on peut évaluer sur les dessins cet intervalle à 5 %, la focalisation magnétique restant inopérante dans cette région.

Les P (4, 4) diffèrent des résultats de PABOT (figure 22). Les dessins de PABOT sont obtenus à l'aide d'un calcul matriciel théorique, à partir du deuxième intervalle accélérateur, alors que les trajectoires obtenues ici le sont à partir de mesures pratiques avec la géométrie conforme à la réalité.

Néanmoins, le calcul PABOT est applicable après les 3 premiers tours et pourrait être utilisé pour poursuivre l'étude des trajectoires verticales au delà de ce troisième tour.

Enfin, il faudrait ajouter aussi les effets de défocalisation dûs à la charge d'espace, au départ même des particules de la source (distribution de vitesse, forme de la source...) dont on a pas tenu compte ici, et qui réduisent encore l'intensité du faisceau.

-oOo-

LES AMELIORATIONS SUCEPTIBLES D'ETRE EFFECTUEES SUR LE CYCLOTRON

-oOo-

1 - La fente au centre

On a vu, qu'à l'endroit où elle était placée, elle était inutile. Compte tenu de l'environnement de l'espace inter-dé du cyclotron, il parait impossible d'utiliser une fente pour sélectionner les pahses dans le plan médian.

Par contre, on pourra essayer de placer une fente verticale, dès le premier tour, qui sélectionnera efficacement les phases vu la forte influence de celles-ci pour la focalisation verticale.

2 - Le puller

Le puller, qui a été utilisé sur le cyclotron et la maquette, comporte : une fenêtre (pour l'harmonique 2 et le déflecteur d'ions de la source externe) et deux barreaux (sur les quatre primitifs de la C. S. F.).

Les trajectoires montrent que ces barreaux sont trop bombés et surfocalisent le faisceau au départ ce qui n'est pas toujours avantageux (surtout en harmonique 1).

A l'origine la fenêtre était taillée rectangulairement. Elle a été limée dans ces coins extérieurs car une partie du faisceau tapait dessus.

On a donc construit un nouveau puller : profilé à 45° pour tenir compte du départ des particules, il est constitué de 2 fenêtres identiques non bombées (figure 31).

Mais en harmonique 1, il faut pour ce puller, plus de KV avec l'ancien : ce qui est normal car les fenêtres sont trop "épaisses" : le faisceau doit être tiré plus haut qu'avant pour franchir les obstacles. Il a donc fallu le raboter mais il faut un compromis car il doit supporter aussi les contraintes mécaniques. Enfin pour accroître la focalisation verticale il faudrait bomber ces fenêtres (moins toutefois que les anciens barreaux).

3 - La barette

A l'origine, paralléllipipéde, elle retenait la pointe du dé; elle a été évidée car le faisceau tapait dedans.

Les trajectoires montrent qu'elle pourrait être déplacée sans risque de perte du faisceau.

4 - Le pilier

Actuellement, travaillant en porte-à-faux, il subit de fortes contraintes mécaniques.

Là encore, on voit qu'on peut le déplacer, le "rentrer" un peu plus pour lui assurer une meilleure assise mécanique.

-oOo-

CONCLUSIONS ET CRITIQUES

-oOo-

SUR LA PROCEDURE EMPLOYEE AVEC L'ANALOGIE MAGNETIQUE ECHELLE 3

1 - Les mesures

a - La maquette

Elle a été construite pour étudier la géométrie centrale jusqu'à un rayon de 9 cm à partir du centre du cyclotron.

A l'échelle 3 elle n'est suffisante que pour une région supérieure à un rayon de 4 cm du centre ; dans la zone inférieure à 4 cm elle est nettement insuffisante.

En effet les points de mesures doivent être connus avec une grande précision dans la zone inférieure à 4 cm car c'est là que les gradients de champ sont les plus forts et une erreur sur la position de sonde se traduira par une valeur erronée du champ. Il aurait fallu, pour la région inférieure à 4 cm (le premier tour) une maquette à l'échelle 6 ou 8, sans pour cela augmenter le nombre de points de mesures : il suffit que les points de la grille soient parfaitement connus.

Pour comparaison, Philips a utilisé l'échelle 5, et REISER au M. S. U. l'échelle 10 pour la zone source-puller.

D'autre part, quand on a construit la maquette (en 1970); pour des raisons d'économies, et parce qu'on ne se doutait pas de l'importance des mesures proches des obstacles, on n'a pas apporté un soin méticuleux à la reproduction de la zone centrale.

b - Les mesures de champ

* les sondes : les FC 32 se sont révélées suffisantes pour le rapport qualité - prix ; il suffit de connaitre leur zéro et leur pente (ce que Siemens ne dit pas) pour adapter les cartes de champ les unes aux autres.

* l'enregistrement des mesures au banc automatique s'est révélé efficace (et irremplacable) pour les zones éloignées des obstacles.

Pour la zone centrale, il suffit d'un petit banc (table X Y) de mesures que l'on oriente dans la zone où il y a le moins d'obstacles

2 - Le calcul

* Le calcul pas à pas s'est révélé être d'un emploi simple et très satisfaisant. L'interpolation polynomiale à 6 points est suffisante.

* Les seuls problèmes sont venus lors du stockage des mesures dans les bandes magnétiques et "block data" sur disque : procédures lourdes, utilisant beaucoup de temps machine. Les corrections étaient fastidieuses : remplacer un point dans la matrice (100, 80) demandait la recherche du point dans l'un des 50 block de 160 valeurs, son remplacement dans le fichier source, l'effacement de l'ancien fichier compilé, la compilation de ce nouveau block data. Par la suite, au lieu de ceux-ci, on a rentré les valeurs en simple données à lire.

* Les trajectoires dans le plan médian sont réalistes, à la charge d'espace prés. On peut considérer que le calcul est fait pour la particule milieu du bunch, donc, soumise de toutes parts aux forces de répulsion, elle reste "immobile" au centre du bunch.

* Pour la matrice verticale les résultats sont décevants dans la zone source-puller, mais satisfaisants après cet espace.

Néanmoins, il ne faut pas oublier l'erreur qui existe lorsqu'on se sert de valeurs de champ mesurées : les erreurs sur les mesures ne s'annulent pas d'un côté à l'autre de l'espace inter-dé.

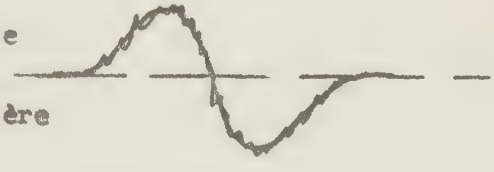
Exemple simple : espace inter-dé traversé à vitesse constante : la distribution du champ est régulière.

Par les mesures on trouve une courbe irrégulière.

On aura alors pour la focalisation :

{ Si la courbe est régulière

Si la courbe est irrégulière



Et si dans le cas régulier, les surfaces s'annulent, dans le cas des mesures, il restera une résultante soit positive soit négative.

SUR LA METHODE

1 - A Grenoble

Pour la détermination du champ électrique (résoudre $\Delta \varphi = 0$ avec conditions aux limites), on pouvait utiliser à priori deux méthodes.

a - un relevé de potentiel par cuve rhéographique (méthode employée au M. S. U. par REISER (20)).

L'analogie est basée sur le fait que la densité de courant dans un électrolyte avec deux électrodes est $\vec{j} = - \sigma \, \vec{\text{grad}} \, \varphi$ où :

$\vec{j}$ = vecteur densité de courant
σ = conductivité
φ = potentiel

En l'absence de source de courant : $\text{div} \, \vec{j} = 0$ donc

$$\sigma \Delta \varphi + \text{grad} \, \sigma \cdot \text{grad} \, \varphi = 0$$

Dans un électrolyte homogène, où la conductivité est constante dans tout l'espace on a :

$$\Delta \varphi = 0$$

Vu la linéarité des équations, l'échelle importe peu.

Cependant, avec la cuve électrolytique, la nécessité d'utiliser des maquettes à grande échelle (pour une meilleure précision) impose des conditions aux limites parce que la cuve ne peut les contenir entièrement. Les conditions aux limites sont imposées par des surfaces isolantes ou conductrices ; pratiquement on laisse une bande inusitée le long des parois de la cuve pour minimiser l'erreur dans la zone de mésure.

b - Une analogie magnétique (méthode utilisée par PHILIPS (21)) : qui permet à partir d' une maquette en matériau magnétique de simuler la répartition du champ électrique à un instant donné.

En effet, si on néglige la charge d'espace, dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ on a :

$$\text{div } \vec{D} = \rho = 0 \quad \text{et} \quad \vec{D} = \epsilon_o \vec{E}$$

Par les équations de MAXWELL on a aussi div $\vec{B} = 0$ en tout point. Donc $\vec{E}$ et $\vec{B}$ obéissent à la même équation différentielle. Les solutions diffèrent selon les conditions aux limites.

- à la surface d'un métal, le $\vec{E}$ est perpendiculaire
- à la séparation de 2 milieux magnétiques on a :

$$\begin{cases} B_{n1} = B_{n2} \\ \dfrac{B_{t1}}{\mu_1} = \dfrac{B_{t2}}{\mu_2} \end{cases}$$

Ici $\mu_1 = \mu_o$; $\mu_2 = \mu_r \cdot \mu_o = \dfrac{\mu_1}{\mu_2} = \dfrac{1}{\mu_r} \neq 0$

Donc :

$B_{t1} = B_{t2} \cdot \dfrac{\mu_1}{\mu_2}$; si $\dfrac{1}{\mu_r}$ est petit on a $B_{t1} \neq 0$ et le $\vec{B}$ est perpendiculaire à la surface (si le matériau n'est pas saturé).

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ obéissent alors à la même équation différentielle et répondent aux mêmes conditions aux limites.

Les problèmes avec l'analogie magnétique viennent des effets de rémanence et saturation du matériau, ainsi que des dimensions physiques de la sonde de mesure.

c - Deux raisons principales ont guidé le choix de l'analogie magnétique pour le cyclotron de Grenoble.

- Raison économique : car il existait à l'Institut des Sciences Nucléaires un banc de mesures magnétiques possédant un système de balayage et d'enregistrement automatisé ainsi que toute l'électronique de mesures.

- D'autre part, il est plus facile d'accéder aux trajectoires à partir d'un champ qu'à partir d'un potentiel (le potentiel imposant l'étape de calcul supplémentaire ; dérivation de ce potentiel qui ne va pas sans introduire d'erreur).

2 - Ce qui est fait ailleurs

Pour comparaison suit un résumé des méthodes et procédures de calcul employées pour l'établissement de trajectoires radiales et verticales des particules dans un A.V.F. cyclotron.

Pour la maquette

- PHILIPS (21) a choisi l'analogie magnétique à l'échelle 5

- REISER (20), la cuve électrolytique avec deux maquettes :
- échelle 2 pour la zone centrale
- échelle 10 pour la zone source-puller

- GIANINI et COMITI (22), la cuve rhéographique à l'échelle

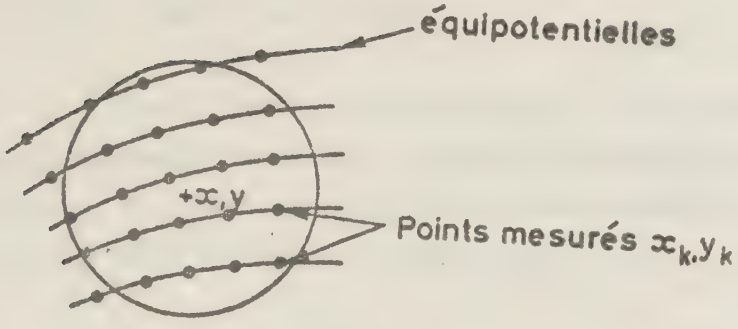
Pour le calcul des trajectoires

a - Plan médian

- GIANINI et COMITI (23) : le potentiel est obtenu à la cuve rhéographique. Pour calculer le champ au point (x, y), le potentiel est mis localement sous forme de polynome en x et y. Ce polynome est

déterminé par considération des m points de mesure situés à l'intérieur d'un cercle centré sur le point considéré. Soit V_k le potentiel relevé à la cuve du point (x_k , y_k). On a alors :

$$V(x, y) = \sum_{\substack{i, j \\ i = 0, n \\ j = 0, n \\ i + j \leq n}} a_{ij} \; x^i \; y^j$$



m étant le nombre total de points de mesure considérés, la méthode des moindres au carrés amène à minimiser :

$$\sum_{k = 1}^{m} \left[V_k - V(x_k , y_k) \right]^2$$

Cette minimisation amène à résoudre le système de $\left[(n + 1)(n + 2)\right]/2$ équations à $\left[(n + 1)(n + 2)\right]/2$ inconnues a_{ij} :

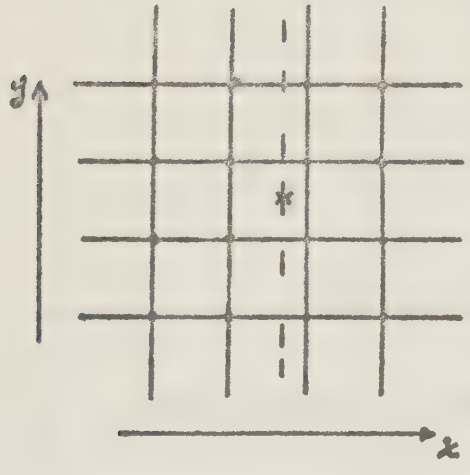
$$\sum_{k=1}^{m} \Big[V_k - \sum_{\substack{i=0,n \\ j=0,n \\ i+j \le n}} a_{ij}\, x_k^i\, y_k^j \Big]\, x_k^e\, y_k^l = 0 \qquad \begin{matrix} e = 0,1 \ldots n \\ l = 0,1 \ldots n \\ e + l \le n \end{matrix}$$

Une fois a_{ij} déterminés, on calcule $\vec{E}$ par $\vec{E} = - \overrightarrow{\text{grad}}\, V(x, y)$

- REISER (20) : utilise pour calculer le champ une interpolation polynomiale. Pour trouver, au point (x, y) les champs E_x et E_y , on choisi une grille de 4 x 4 points de telle sorte que P (x, y) soit dans le carré central.

Les 4 valeurs du potentiel en x des deux lignes précédantes et suivantes du point x y sont interpolées, puis entrent dans le calcul de $E_y = \partial f(x, y)/\partial y$ par une interpolation au 5ème ordre ($f(x, y) = a + bx + cy + dx^2 + ey^2 + gxy$).

Idem. pour le calcul de E_x sauf que l'on choisi les deux colonnes précédantes et suivantes autour du point (xy).



$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = E_y$$

Pour le calcul du champ magnétique, il utilise un développement en série de Fourrier (20) ou entre en jeu la configuration à secteurs alternés.

Pour le calcul proprement dit, REISER, PHILIPS, TRIUMF, utilisent la méthode RUNGE-KUTTHA (23) : intégration pas à pas des équations de mouvement mises sous la forme :

$$\frac{d P_x}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x} \cos (N \tau) + V_y B$$

$$\frac{d P_y}{dt} = \frac{\partial U}{\partial y} \cos (N \tau) - V_x B$$

avec :

$$\frac{d x}{d \tau} = V_x \qquad \frac{d y}{d \tau} = V_y$$

$$P^2 = P_x^2 + P_y^2$$

$$E_k = E_o \left[(1 + P^2)^{1/2} - 1 \right]$$

La variable τ est définie par : $\tau = \omega_o t$ avec $\omega_o = \frac{q B_o}{m_o}$ où

B_o = champ isochrone au centre

Période de la haute fréquence $T = \omega_e \cdot t = N \tau$

On a d'autre part : $E_o = m_o c^2$ et $U = \frac{e V_o}{m_o C^2} f(x, y)$

$f(x, y)$: potentiel normalisé au point (x, y).

C'est le programme PINWHEEL du M. S. U. (20) utilisé aussi à Triumf pour des énergies inférieures à 5 MeV.

Au-dessus de 5 MeV, utilisation du programme GOBLIN (24) qui présente des analogies avec le calcul PABOT-BELMONT (alternance de zone sans accélération (Dé) et zones où le champ est concentré (espaces inter-dé)).

b - Plan vertical

Si dans le plan médian, les méthodes de calcul, en gros, se ressemblent toutes, il n'en est pas de même pour le plan vertical. On peut intégrer l'équation verticale de mouvement à l'aide

- soit des méthodes analytiques se basant sur les analogies avec les lentilles
- soit des valeurs du plan médian
- soit de mesures faites dans le plan vertical

* A l'aide des méthodes analytiques : voir PABOT (19)

* A l'aide de valeurs dans le plan médian : c'est ce que l'on a choisi à Grenoble.

$$E_z \neq z \cdot \frac{\partial E_z}{\partial z} = z \left(- \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial E_y}{\partial y}\right) \quad \text{car div } \vec{E} = 0$$

* A l'aide de mesures faites dans le plan vertical (dans la cuve rhéographique) : c'est ce qui a été fait au Maryland (25). Leur calcul est fait avec le programme TRIWHEEL qui est l'extension à trois dimensions de PINWHEEL. (La maille d'interpolation étant alors de 5 x 5 x 5 points).

Aussi a-t-on cherché à résoudre le problème de base (résolution de $\Delta \varphi = 0$ avec des conditions limites) par une méthode numérique assimilable par les ordinateurs. La méthode trouvée est basée sur la surelaxation, a été mise au point par D. NELSON (26) à U. M. D. P. A., et appliquée, entre autre, à la détermination des équipotentielles du cyclotron de la Triumf, (24), avec une précision de 0,1 %.

Pour plus de détails en ce qui concerne la méthode voir l'annexe F.

Pour faire fonctionner ce programme, il faut lui donner les conditions aux limites : contour de la géométrie, valeur de la tension inter-dé. Il trace en sortie les équipotentielles.

Il convient de reparquer que la géométrie du centre de Triumf est simple et que l'application de ce programme pour le cyclotron de Grenoble demandera, à cause de la géométrie complèxe de son centre, une augmentation du nombre d'iterations nécessaires pour une bonne précision, donc une augmentation du temps machine. En effet il faudra utiliser un maillage beaucoup plus serré que celui utilisé à Triumf (2 millions de points) pour bien encadrer les contours de la géométrie centrale. D'autre part, les barreaux (leur bombement dans le plan vertical), la source, constituent des "îles" de potentiel et le calcul précis des équipotentielles (très important dans cette région) demandera beaucoup d'iterations.

Néanmoins, il serait très souhaitable d'obtenir les équipotentielles à l'aide de ce programme, dans un premier temps pour comparer les valeurs calculées avec celles mesurées de l'analogie magnétique, dans un deuxième temps pour avoir avec grande précision les valeurs de champ dans la zone source-puller, donc de mieux cerner la focalisation verticale qui reste la principale responsable des pertes de particules dans le cyclotron.

-ooOoo-

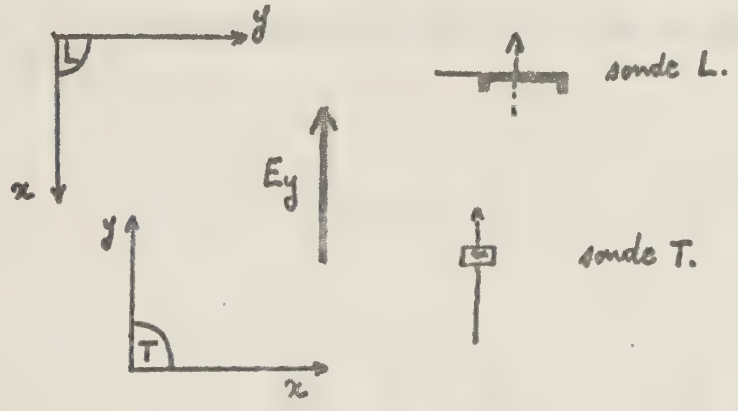
A N N E X E A

-oOo-

ETABLISSEMENT DES NOUVELLES CARTES DE CHAMP DE LA REGION SOURCE-PULLER

- Le point de repère des nouvelles cartes par rapport aux anciennes est un coin de la fenêtre.

- On mesure deux fois le même point : une fois par la sonde dite "transversale" et une fois par la sonde "Longitudinale" : ceci permet de vérifier les valeurs de champ.



- Les cartes sont corrigées du zéro et des pentes des sondes (voir figure 4, 5) : les courbes d'étalonnages sont faites avec un gaussmètre Bell et des mesures par RMN). Pour plus de détails sur les sondes, on consultera CROUTE - MENGUY (28).

- Un programme retrouve les points de maillage de la matrice (100, 80), par une interpollation à trois points.

A N N E X E B

-oOo-

PROGRAMME DE CALCUL DANS LE PLAN MEDIAN

- La méthode de résolution des deux équations est une méthode pas à pas :

La procédure est à pas fixe car le pas de progression est de l'ordre de grandeur du pas de la carte.

La variable de résolution est le temps

Les développements en x et y sont au 4ème ordre d'une série de Taylor :

$$x = x_o + x_1 \cdot t + \frac{x_2}{2} \cdot t^2 + \frac{x_3}{6} \cdot t^3 + \frac{x_4}{24} \cdot t^4$$

$$y = y_o + y_1 \cdot t + \frac{y_2}{2} \cdot t^2 + \frac{y_3}{6} \cdot t^3 + \frac{y_4}{24} \cdot t^4$$

- Les champs sont assimilés à des polynomes du 2ème degré dont les coefficients sont calculés par une interpolation à 6 points dans la subroutine "INTER 6"

$$\begin{cases} B = CB0 + CB1 \cdot t + CB2 \cdot t^2 \\ E_x = CEX0 + CEX1 \cdot t + CEX2 \cdot t^2 \\ E_y = CEY0 + CEY1 \cdot t + CEY2 \cdot t^2 \end{cases}$$

- Les unités sont le mètre, le tesla, la nanoseconde, le kilogramme. Du fait de l'unité de temps choisie (pour éviter les valeurs trop grandes ou trop petites lors du calcul), les champs électriques seront en (volt/mètre) . 10^{-9} .

- Connaissant x, y ainsi que leurs dérivées, on obtient le rayon de courbure et la position de ce centre de courbure :

$$X_c = x - \frac{R \cdot y_1}{VF} \quad ; \quad Y_c = y + \frac{R \cdot x_1}{VF}$$

(VF : vitesse en fin de pas)

- Les valeurs des champs E_x et E_y sont données par les mesures faites sur la maquette.

- Les valeurs du champ magnétique sont obtenues à partir de mesures faites sur le cyclotron : on obtient une courbe B = f (R) que l'on approxime par une fonction simple.

* FRITH - LECOQ avait choisi une parabole : mais les champs chutent beaucoup vite que dans la réalité.

* On a choisi une cubique avec tangente à l'origine horizontale

$$B(x, y) = BO + B2 \cdot R^2 + B3 \cdot R^3 \quad \text{où} \quad R^2 = x^2 + y^2$$

- Les valeurs de champ électrique et magnétique sont rentrées dans le programme sous forme de block data.

- La subroutine "Trace" permet le tracé sur Benson des trajectoires.

A N N E X E C

-oOo-

FOCALISATION AXIALE DU CHAMP MAGNETIQUE

La force F_z exercée sur un ion par le champ magnétique peut s'écrire :

$$F_z = - m \cdot \omega_o^2 \cdot \nu_z^2 \cdot z$$

où :

m : masse de l'ion

ω_o : pulsation de la particule

ν_z : $n^{1/2} = \frac{\omega_z}{\omega}$

Dans un cyclotron à gradient alterné et champ spiralé, on a en première approximation : (14), (6 page 223).

$$\nu_z^2 = - \mu' + F^2 (1 + 2 \, tg^2 \, \epsilon)$$

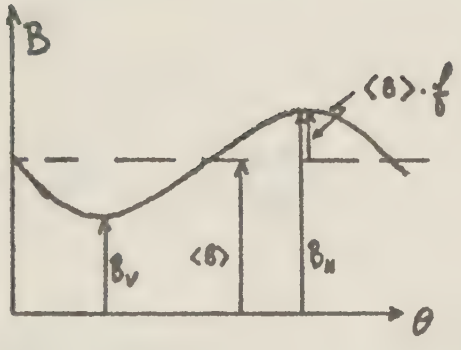
où

$$\mu' = - \frac{r}{B} \cdot \frac{dB}{dr} \quad : \text{indice de champ}$$

$$F^2 = \text{flutter} = \frac{\langle (B - \bar{B})^2 \rangle}{\bar{B}^2}$$

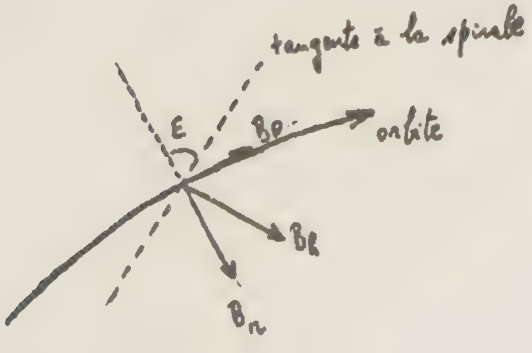
si f est l'amplitude du flutter ($f < 1$) on trouve, si on se limite au 1er harmonique (c'est-à-dire $B = \bar{B}(1 - f \sin \theta)$) :

$$F = 1/2 \; f^2$$



ϵ : est l'angle de spirale défini par $\text{tg}\, \epsilon = r \cdot \frac{d\, \theta_m}{dr}$ où :

θ_m est l'angle correspondant au maximum de champ.



ϵ : angle entre la tangente à la spirale (où elle coupe l'orbite) et le rayon (au point de tangence).

$$B_r = B_\theta \cdot \operatorname{tg} \epsilon$$

or

$$B_r = z \frac{\partial B_z}{\partial r} \qquad \operatorname{tg} \epsilon = r \frac{d\theta}{dr}$$

$$B_\theta = z \cdot \frac{\partial B_\theta}{\partial z} = z \left(\frac{\partial B_z}{r \partial \theta}\right)$$

Dans la région centrale $f \neq 0$ (peu d'oscillations) et tg ϵ n'intervient pas encore.

-oOo-

A N N E X E D

-oOo-

MATRICE DE FOCALISATION VERTICALE - CALCUL PABOT

Il s'agit de résoudre $z'' + Nz = 0$ avec $N = f(R)$

$f(R) = n_1 + n_2 + n_3$

On peut écire :

$$\begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_s = M \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_e$$

Pour calculer M on suppose que :

- les espaces inter-dé sont équivalents à deux lentilles fentes séparées par un espace accélérateur dont le champ électrique haute fréquence est paralléle au plan médian .

$$M_{acc2} = M_{1-2} * M_{glissement} * M_{2-3} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b_s & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & C \\ 0 & f \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ b_e & 1 \end{bmatrix}$$

lentille sortie $b_s > 0$ — espace accélérateur — lentille entrée $b_e < 0$

- Dans la traversée des dés et contre-dés n'intervient que la focalisation magnétique donc son indice de champ :

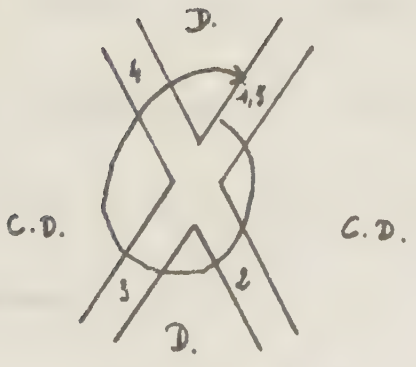
$$\frac{dB}{B} = -n\,\frac{dR}{R} \quad \text{ou} \quad n = f(R) \quad \text{et } n > 0$$

La matrice correspondant à cet espace sera :

$$\begin{bmatrix} \cos\left(n^{1/2} \cdot t\right) & \dfrac{v \cdot \sin\left(n^{1/2} \cdot t\right)}{\omega \cdot n^{1/2}} \\ -n^{1/2} \cdot \dfrac{\sin\left(n^{1/2} \cdot t\right)}{v/\omega} & \cos\left(n^{1/2} \cdot t\right) \end{bmatrix} = M_{int}$$

- La matrice sur un tour sera alors :

$$M_{1\ tour} = M_{int\ 4.5} * M_{acc\ 4} * M_{int\ 3.4} * \ldots * M_{acc\ 1}$$



A N N E X E E

-oOo-

MATRICE VERTICALE - CALCUL FERME

La matrice de transfert verticale sur un pas s'écrit

$$\begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} A(4,4) & A(4,5) \\ A(5,4) & A(5,5) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix}_e$$

Les coefficients A (4, 4)... A (5, 5) étant fournis par les développements de :

$$B = B0 + B1X + B2Y + B3X^2 + B4Y^2 + B5XY$$

$$E_x = EX0 + EX1X + EX2Y + EX3X^2 + EX4Y^2 + EX5XY$$

$$EY = EY0 + EY1X + EY2Y + EY3X^2 + EY4Y^2 + EY5XY$$

$$\sin(\omega t + \varphi) = \sin\varphi + \omega t . \cos\varphi$$

dans l'équation :

$$\frac{d^2z}{dt^2} = z''_o + z'''_o . t = \left(\frac{\partial B}{\partial y}\frac{dx}{dt} - \frac{\partial B}{\partial x} . \frac{dy}{dt} - \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\sin(\omega t+\varphi)\frac{q}{m}(z_o + z'_o t)\right.$$

Les coefficients B0, B1..., EX0, EY5 étant calculés par l'interpolation polynominale à 6 points du plan médian (voir subroutine inter 6).

On trouve dans :

$$A(4,4) = 1 + C8 \cdot \frac{t^2}{2} + C9 \cdot \frac{t^3}{6}$$

$$A(4,5) = \left(T + C8 \cdot \frac{t^3}{6}\right) \cdot V_o$$

$$A(5,4) = \left(C8 \cdot t + C9 \frac{t^2}{2}\right) \frac{1}{VF}$$

$$A(5,5) = \left(1 + C8 \cdot \frac{t^2}{2}\right) \cdot \frac{V_o}{VF}$$

C8 : focalisation électrique et magnétique au 1er ordre.

C9 : focalisation électrique et magnétique au 2ème ordre.

Pour avoir la matrice de transfert au pas N, il faudra multiplier les (N -1) matrices précédentes par la matrice du pas N. On obtient la matrice :

$$\begin{bmatrix} P(4,4) & P(4,5) \\ P(5,4) & P(5,5) \end{bmatrix}$$

qui est représentative du mouvement vertical.

A N N E X E F

-oOo-

APERCU SUR LA METHODE DE SURRELAXATION

Il s'agit de résoudre $\Delta \varphi = 0$ avec des conditions aux limites. Pour résoudre numériquement ce problème, on transforme l'équation différentielle en un système d'équations linéaires : on grillage le volume où l'on doit avoir $\Delta \varphi = 0$ et on résoud le système d'équations sur les noeuds du maillage.

On évalue ensuite le potentiel en un point en fonction de ses voisins. Pour cela, on dévellope le potentiel en série de Taylor.

Supposons que le maillage soit cubique d'arête h, on peut écrire si ϕ_{ijk} = potentiel au noeud (ijk)

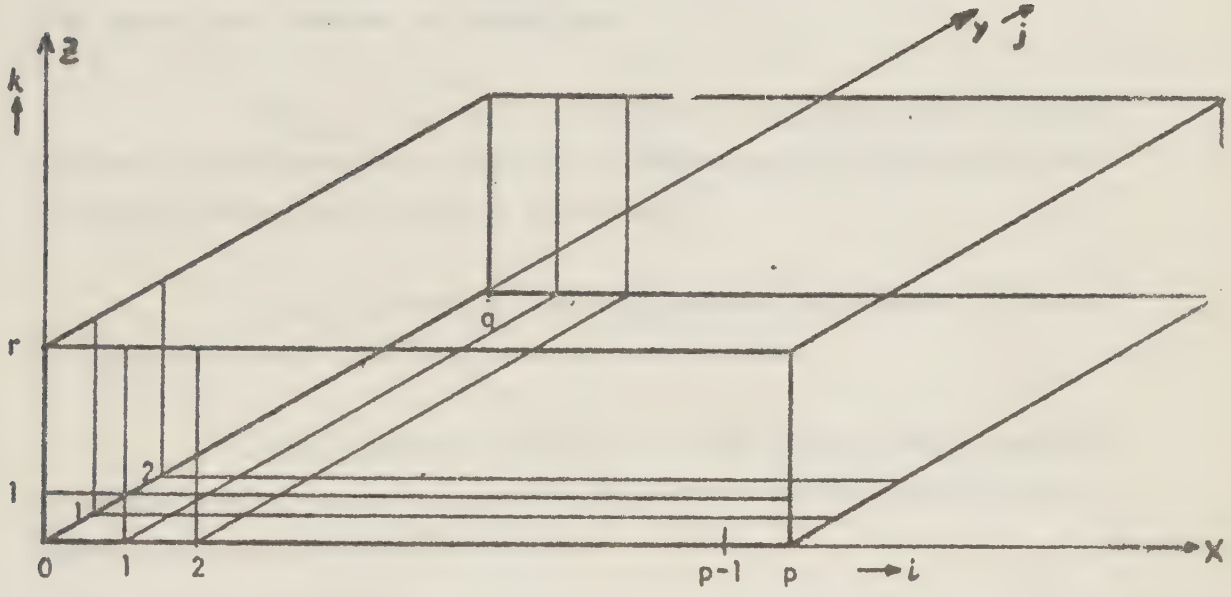
$$\phi_{i \pm 1, j, k} = \phi_{ijk} \pm h \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{ijk} + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_{ijk} \pm \frac{h^3}{6} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}\right)_{ijk} + \cdots$$

$$\phi_{i, j \pm 1, k} = \phi_{ijk} \pm h \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{ijk} + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right)_{ijk} \pm \cdots$$

$$\phi_{i, j, k \pm 1} = \phi_{ijk} \pm h \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{ijk} + \frac{h^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right)_{ijk} \pm \cdots$$

En ajoutant et en simplifiant l'émittance, et en négligeant le terme en h^4 on a :

$$\phi_{ijk} = 1/6\,(\phi_{i+1} + \phi_{i-1} + \phi_{j+1} + \phi_{j-1} + \phi_{k+1} + \phi_{k-1}) = b_{ijk}$$



On obtient alors, si l'on fait cette opération pour tous les points (j i k) un système d'équation qu'il faut résoudre par autre chose que la méthode des déterminants ou approximation de Gauss, vu le temps prohibitif que cela demanderait. C'est là qu'intervient la méthode de surrelaxation qui procéde comme suit :

- Au départ, on se fixe un potentiel arbitraire sur tout le maillage.

- On calcule le premier potentiel d'un point à partir de ses voisins par la relation : $\phi_{ijk} = b_{ijk}$.

- On continue avec les autres voisins jusqu'à ce que les N points internes au volume soient calculés. Mais alors, le premier point ne satisfait plus l'équation différentielle vu que ses potentiels voisins ont changé . On recommence donc le cycle. On notera simplement que cette procédure converge, qu'à chaque cycle la

s'accroît, et que la solution finale ne dépendra pas des potentiels arbitrairement choisis au départ.

- En fait, il existe deux méthodes d'iterations :

* Soit par déplacements successifs : si les nouveaux potentiels remplacent les anciens au fur à mesure.

* Soit par déplacements simultanés : on attend la fin d'un cycle pour changer le potentiel.

- Sur l'I. B. M., on choisira les déplacements simultanés car les déplacements successifs demandent plus de place mémoire (il faut stocker deux fois les potentiels).

- Dans la méthode par déplacements simultanés, l'ordre où les points sont calculés est très importants.

- Les n points internes sont donc divisés en I groupes contenant chacun un certain nombre de points, un point étant alors repéré par deux indices (i, j) :

- i : nombre du groupe
- j : nombre de points dans le groupe

- L'ordre des points de calcul étant important il faut que le calcul de potentiel de chaque point ne requière que les potentiels des points du groupe précédant et du groupe suivant.

On aura alors si $\phi_n^{(m)}$: potentiel du point n après m iterations :

$$\phi_n^{(m)} = \sum_{k=1}^{N} \alpha_n^k \cdot \phi_k^{(m-1)} \quad \text{donc}$$

$$\phi_{(ij)}^{(m)} = \sum_k \alpha_{i,j}^{i-1,k} \cdot \phi_{i-1,k}^{(m)} + \sum_k \alpha_{ij}^{i+1,k} \cdot \phi_{i+1,k}^{(m-1)}$$

Mais le rayon de convergence est très lent.

On obtient une convergence plus rapide si on n'utilise pas la nouvelle valeur de $\phi^{(m)}_{(i,\ j)}$, mais une valeur obtenue par extrapolation "dans la bonne direction".

$$\phi^{(m)}_{(i,\ j)} = \phi^{(m-1)}_{(i,\ j)} + \omega \left[\sum_k \alpha^{i-1,\ k}_{i,\ j} \cdot \phi^{(m)}_{i-1,\ k} + \right.$$

$$\left. \sum_k \alpha^{i+1,\ k}_{i,\ j} \cdot \phi^{(m-1)}_{i+1,\ k} - \phi^{(m-1)}_{(i,\ j)} \right]$$

où :

$$\omega \geq 1$$

ω doit être bien choisi :

- trop petit : la convergence sera lente

- trop grande : l'extrapolation conduit trop loin, et la convergente rest faible

On montre qu'il existe une valeur ω optimale.

- on pourrait comparer avec des oscillations qui seraient :
  - sous critique ω petit
  - sur critique ω grand
  - critique ω optimum

Avec $\omega > 1$ c'est la surrelaxation ; si dans le même temps on a adopté les déplacements successifs c'est la S. O. R. : successive-over-relaxation qui a été employée par D. Nelson (26) pour son programme.

-oOo-

PROGRAMME FORTRAN

-oOo-

PROGRAMME

1 - Programme Principal : main

On rencontre séquentiellement :

- déclaration des données
- changement des valeurs dans les cartes de champ
- appel aux sous-programmes de tracé
- le calcul proprement dit
- l'impression des résultats

2 - Subroutines

- INTER 6 calcule les champs par approximation polynominale à 6 points, un test arrête le programme quand la particule touche un obstacle (matérialisé dans le calcul par une grande valeur de champ.

- TRACE permet le tracé sur BENSON (à rouleaux) des trajectoires

3 - Données du programme

- une carte, selon le format 6 D13 . 8 contenant :

XX, YY : positions de la particule (abscisse et ordonnée) au départ.

XX1, YY1 : composantes de la vitesse initiale (en mètres/nanosecondes).

AM : masse atomique de la particule
FR : fréquence en nanosecondes^{-1}

- deux cartes, selon le format 6 D13 . 8 contenant :

TX1, TX2, TY1, TY2 : limites des cartes intérieures
TX3, TX4, TY3, TY4 : limites des cartes extérieures

- une carte, selon le format 3 14 contenant :

NQ : nombre de charge de la particule
NMAX : nombre maximum de pas
ND : marquage sur BENSON et sur papier des particules tous les ND intervalles

- une carte, selon le format D13 . 8 contenant :

CB : constante de normalisation du champ magnétique
CE : constante de normalisation du champ électrique

- une carte, selon le format 3 14 contenant :

MPHI : phase de départ milieu du bunch
NPHI : intervalle de phase, au départ, entre deux particules
NTP : nombre total de phases à tracer.

Les cartes suivantes intéressent uniquement le tracé des trajectoires sur BENSON.

- une carte, selon le format 3 14 contenant :

NTRA : Si = 0 pas de tracé
= 1 tracé du plan médian et de la focalisation verticale
= 2 tracé du plan médian uniquement
= 3 tracé du plan médian et du rayon de courbure
= 4 tracé du rayon de courbure seul
= 5 ou plus : le calcul s'arrête

NECR : Si = 1 écriture sur papier de X et Y tous les ND intervalles

MARQ : Si = 1 écriture sur papier de différents éléments du calcul (X, Y, X1, Y1, PHI, P(4, 4), VF) tous les ND intervalles

- une carte, selon le format 3 14 contenant :

NFOC : Si = 1 on obtient le tracé de la focalisation radiale géométrique

NPX, NPY : sont alors le nombre de trajectoires décalées en X et Y

- une carte, selon le format 3 I contenant :

Le nombre de cartes à lire pour les modifications de valeurs de champ des cartes X1, Y1, X2, Y2
Suivent alors ces cartes écrites selon le format (I3, I3, I5) (ligne, colonne, valeur de champ).

COMMENT SE SERVIR DU PROGRAMME

Le programme décrit ci-dessus est écrit en FORTRAN niveau 4G.

Il tourne actuellement sur une I. B. M. 360/67. Il fait appel aux sous-programmes SOFTRA (de la C.I.I.) pour les tracés, la compilation, le link-edit, et l'exécution se faisant par la procédure cataloguée :

// EXEC FORTGTRA

Suivie des cartes définissant les fichiers FT04, FT011, FT12, FT13, FT14.

Le programme demande 250K de mémoire centrale et le calcul d'une trajectoire (environ 1200 pas) dure 50 secondes de C. P. U.

Pour faire fonctionner ce programme sans les tracés sur BENSON, il suffit de supprimer dans le programme source toutes les cartes perforées de la forme :

CALL ... TRA avec ou sans arguments.

LLes différents fichiers sont sur disques permanents à l'I.M.A.G. stockés sur les disques ISN003 et ISN004. Ils sont aussi sauvegardés sur bandes magnétiques.

Pour consulter les fichiers suivants, on utilisera la procédure cataloguée :

// EXEC - SEQLIST, DSN = 'S6032.P0150. LONCHAMP...

- listing du programme source : TRACYH1
- listing source des blocks data

	SOH1 CIX1	cartes intérieures
	SOH1 CIY1	
En harmonique 1	SOH1 CIX2	cartes extérieures
	SOK1 CIY2	
	SOK2 CIX1	
	SOH2 CIY1	
En harmonique 2	SOH2 CIX2	
	SOH2 CIY2	
	SOH2 CIB1	B intérieur
Champ magnétique	SOH2 CIB2	B extérieur

- Il existe les versions compilées du programme et des blocks datas.

En harmonique 1	GBLKDATA (SOH1 CIX2, SOH1 CIY2)	
	H1DATA (CENTH1 X1, CENTHIYI)	
En harmonique 2	EBKDATA (SOH2 CIX2, SOH2 CIY2)	
	H2DAT1 (CENTH2 X1, CENTH2 Y1)	
Champ magnétique	DBLKDATA (SOH2 CIB1, SOH2 CIB2)	Approximation par une cubique.
	UBLKDATA (FICB1 , FICB2)	Approximation par une parabole

- Pour le programme directement exécutable, on se servira de la proxédure :

// EXEC H1C : pour l'harmonique 1

// EXEC H2C : pour l'harmonique 2

H1C et H2C appartenant au fichier partitionné TRACY(...).

-oOo-

R E F E R E N C E S

-oOo-

(1) PABOT - Thèse docteur ingénieur : "contribution à l'étude de l'injection axiale pour protons polarisés sur le cyclotron de Grenoble" - (Août 1968).

(2) THIBAUT-TOURRET -Rapport de stage R.I n° 2/1971:"Recherche d'une méthode pour la détermination des trajectoires centrales du cyclotron".

(3) FRITH-LECOQ - Rapport de stage 1971-72 : "contribution à l'étude du centre du cyclotron de Grenoble".

(4) FERME - R.I n°1/1972 CYCLO : "Calcul pas à pas des trajèctoires de particules chargées dans un plan où les champs sont définis par leurs valeurs numériques".

(5) FERME - R.I n°3/1972 CYCLO : "Programme de calcul CENTRE"

(6) LIVINGOOD - "Cyclic particle accelerators" (1961).

(7) SMITH - Nuclear Instruments and Methods 9 (1960) 49-54 : "Inproved focusing near the cyclotron source"

(8) WILSON - Nuclear Instruments and Methods 10 (1961) 259-262 : "Phases change near the cyclotron centre"

(9) REISER -M.S.U.C.P 16 (Mars 64) :"Initial acceleration and radial focusing in the non-uniform electric field at the ion souce of the cyclotron"

(10) REISER - M.S.U.C.P 20 (Juin 64) :"Central geometry and initial orbits in the M.S.U cyclotron".

(11) SMITH-GARREN - Proc. International Conference on sectors focused cyclotron Geneve 63 C.E.R.N.

(12) BLOSSER - M.S.U.C.P. :"Optimisation of the cyclotron central region for the nuclear physics user".

(13) DUPONT - Thèse 3ème cycle (1965) :"Détermination de la geométrie centrale d'un cyclotron à dés sectoraux".

(14) RICHARDSON - Progress in Nuclear Thecniques and Instrumentation Vol 1 (1965) 3 :"Sector-focúsing cyclotrons".

(15) ROSE - Physical Review (serie 2) 53,392 (1938) :"Focusing and maximum energy of ions in the cyclotron".

(16) KOTTLER - Handbuch der physik,Vol 12,(1927) 466 :"Electrostatik der leiter".

(17) COHEN - Review of Scientific Instruments 24 (589) 1953 :"The theory of the fixed frequency cyclotron".

(18) REISER - Journal of Applied Physics,Vol 42 number 11 (1971) 4128 "First-order theory of electrical focusing in cyclotron type two dimensional lenses with static and time-varying potentials".

(19) BELMONT-PABOT - R.I n°4/1966-68 :"Injection axiale;etude des trajectoires centrales".

(20) REISER - M.S.U.C.P. 19 (Mai 1964) :"Electrolytic tank facility and computer program for central region studies for the M.S.U Cyclotron".

(21) PHILIPS - Review of Scientific Instruments ,Vol 39 n°7 1054-1057

Juillet 68 :"Calculations of the central orbits in a compact isochronous cyclotron".
Van Niewland - "Magnetic analogue of electric field configuration for the central region of an A.V.F.Cyclotron".

(22) GIANINI-COMITI - C.E.R.N. 1970 :"Etude de la géométrie centrale du synchro-cyclotron avec source calutron à extraction haute-fréquence".

(23) RUNGE-KUTTHA - Ralston-Wilf :"Methodes mathématiques pour calculateurs numériques" Dunod p 179.

(24) LOUIS - TRI-711 Thèse PHD :"The properties of ions orbits in the central region of a cyclotron".

(25) ZINNEMAN - Université de Maryland;Thecnical Report n°986 Juin 69 : "Three dimensional electrolytic tank mesureaments and vertical motion studies in the central region of a cyclotron".

(26) NELSON - Université de Maryland,Thecnical Report n°960 : "A relaxation code".

(27) REISER - IEEE.Trans.Nucl.Sciences,NS 13,171(1966) :"Space charge effects and current limitations in cyclotrons".

(28) CROUTE-MENGUY - Rapport interne 72-73 I.S.N. :"Etude et réalisation de lentilles magnétiques pour l'injection axiale dans le cyclotron".

(29) DUTTO-KOST-MACKENZIE-CRABDOCK -5ème conférence internationale sur les cyclotrons Vancouver 72 :"Optimisation of the phase acceptance of the TRIUMF cyclotron".

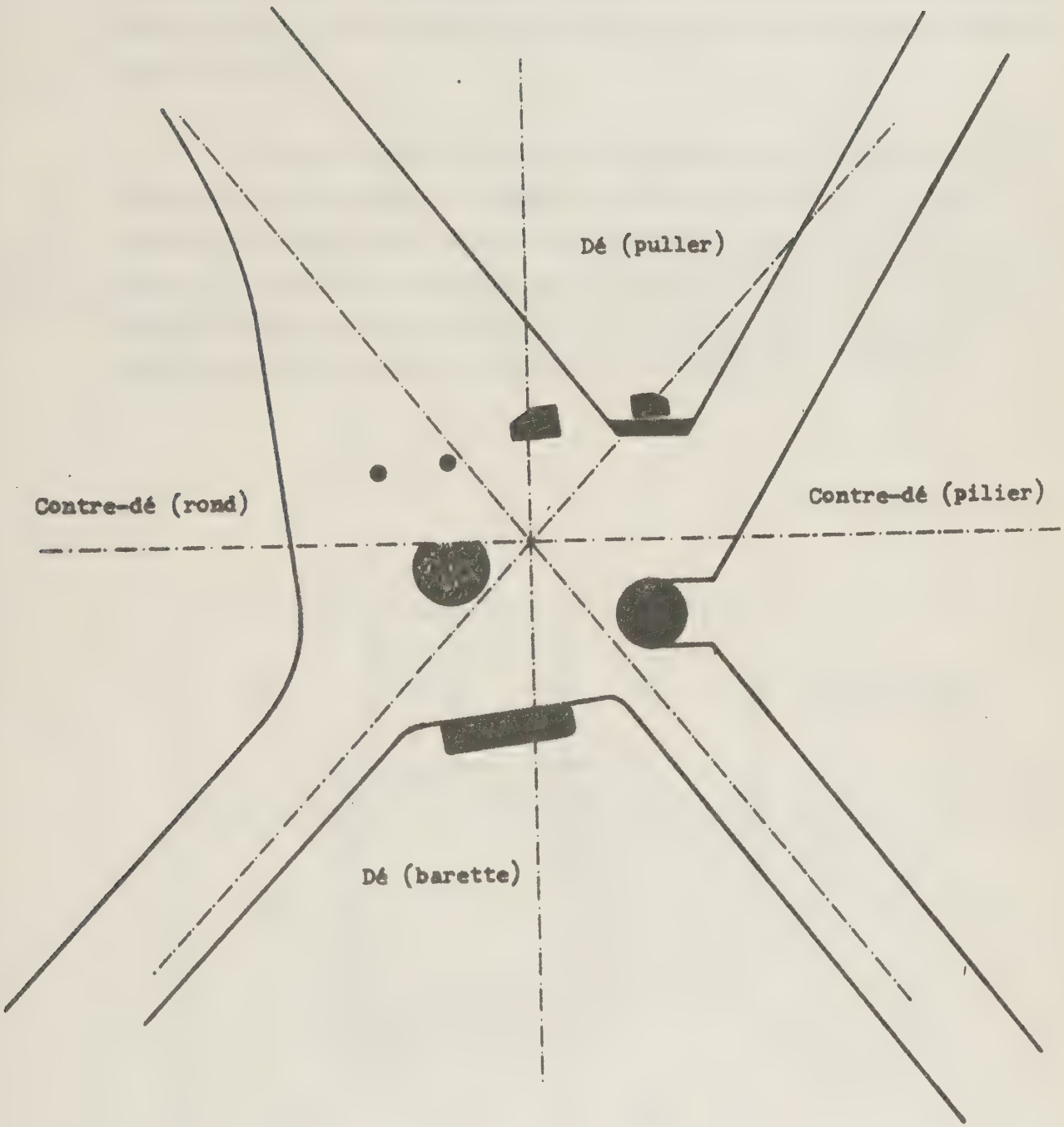


Figure 1 : Plan de la maquette en harmonique 1

La carte centrale comprenant tous les obstacles (carré n° 9) a un maillage de 3 mm de côté et la matrice des mesures a une dimension 80 x 80 ou 80 x 100 suivant que le puller est sorti ou rentré (harmonique 1 ou 2).

Les huit carrés extérieurs s'étendent sur les régions périphériques où les gradients de champs sont moins élevés. Pour limiter le nombre des mesures nous avons choisi pour ces cartes extérieures un maillage de 9 mm de côté qui avec un programme d'interpolation adapté donne des résultats ayant une bonne précision. Nous obtenons une carte dite extérieure dont la matrice des mesures comprend 60 x 60 éléments.

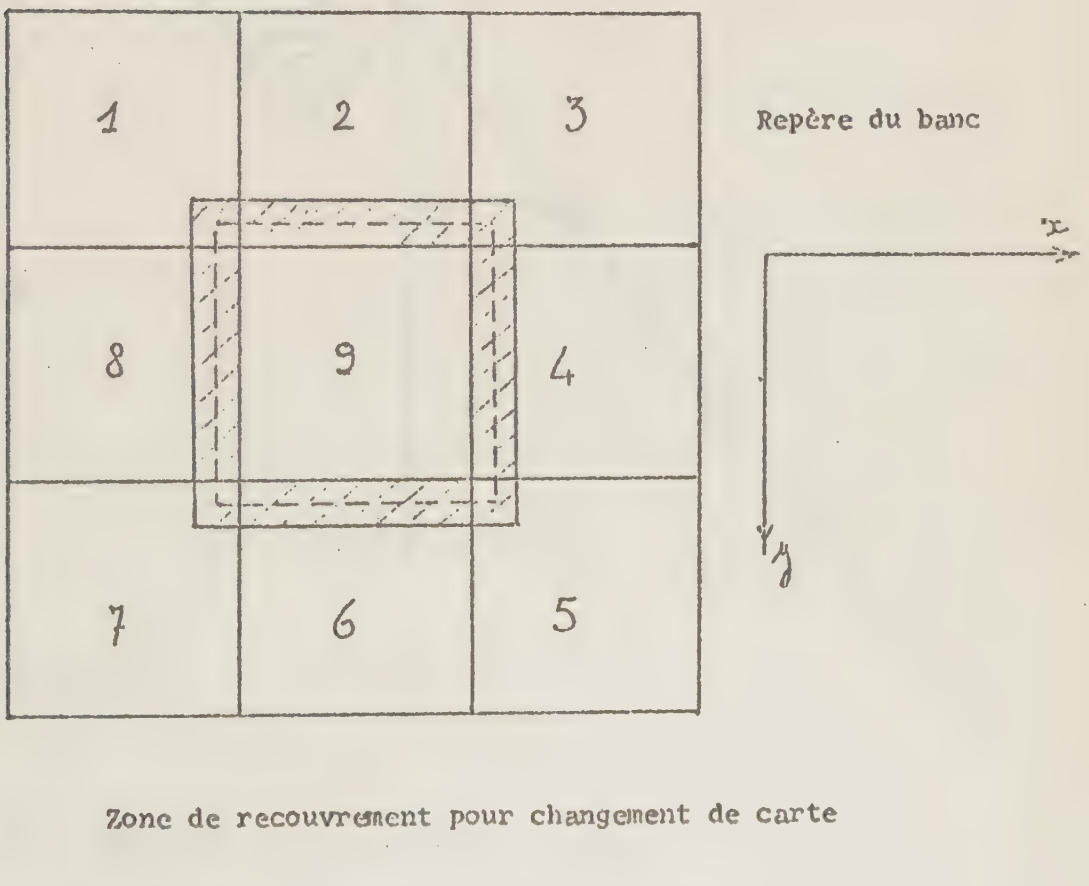


Figure 2 : Cartes de champ

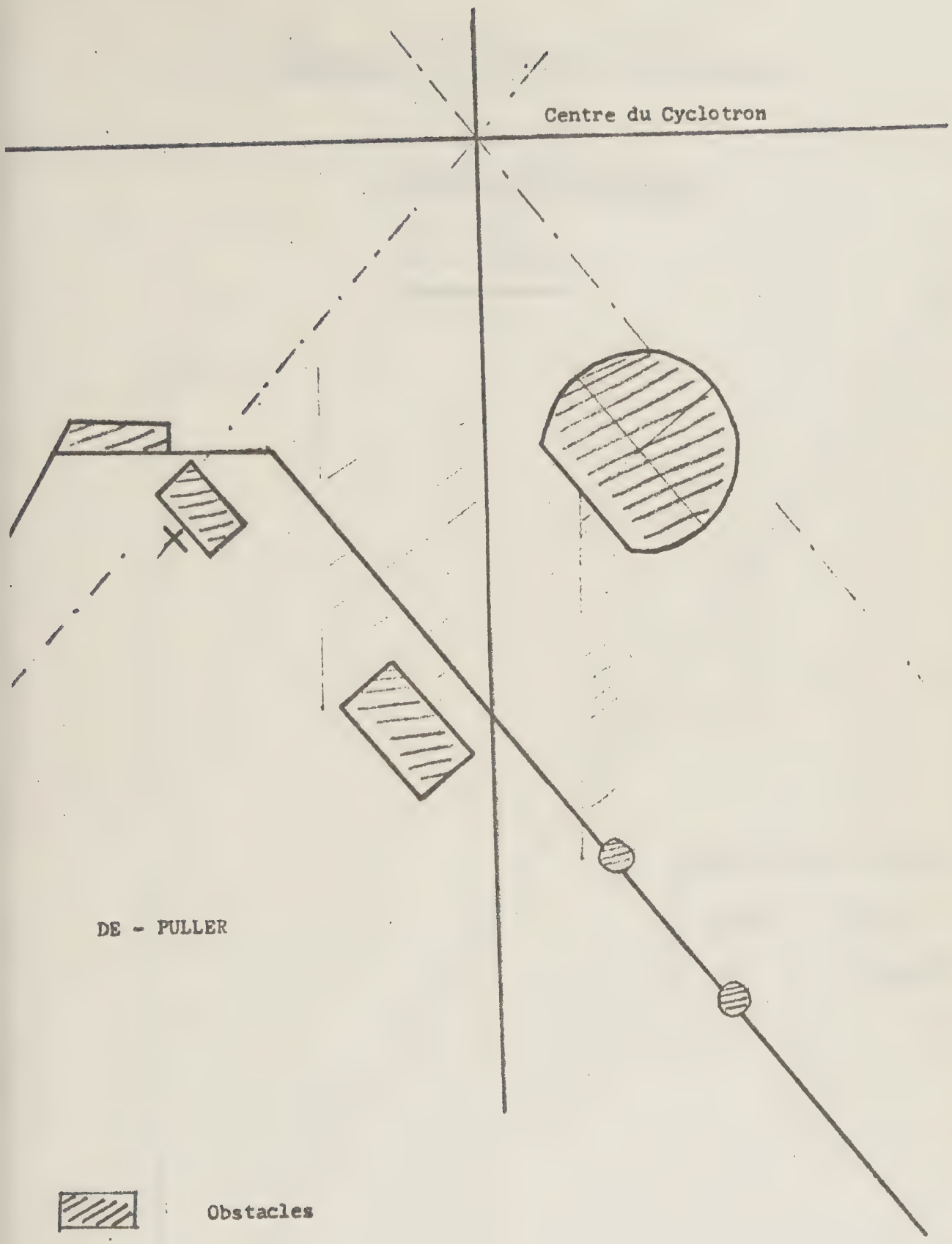


Figure 3 : Valeurs de champ inaccessibles avec les anciennes mesures de champ

Figure 4 : caractéristiques de la sonde

LONGITUDINALE

$V = f(B)$

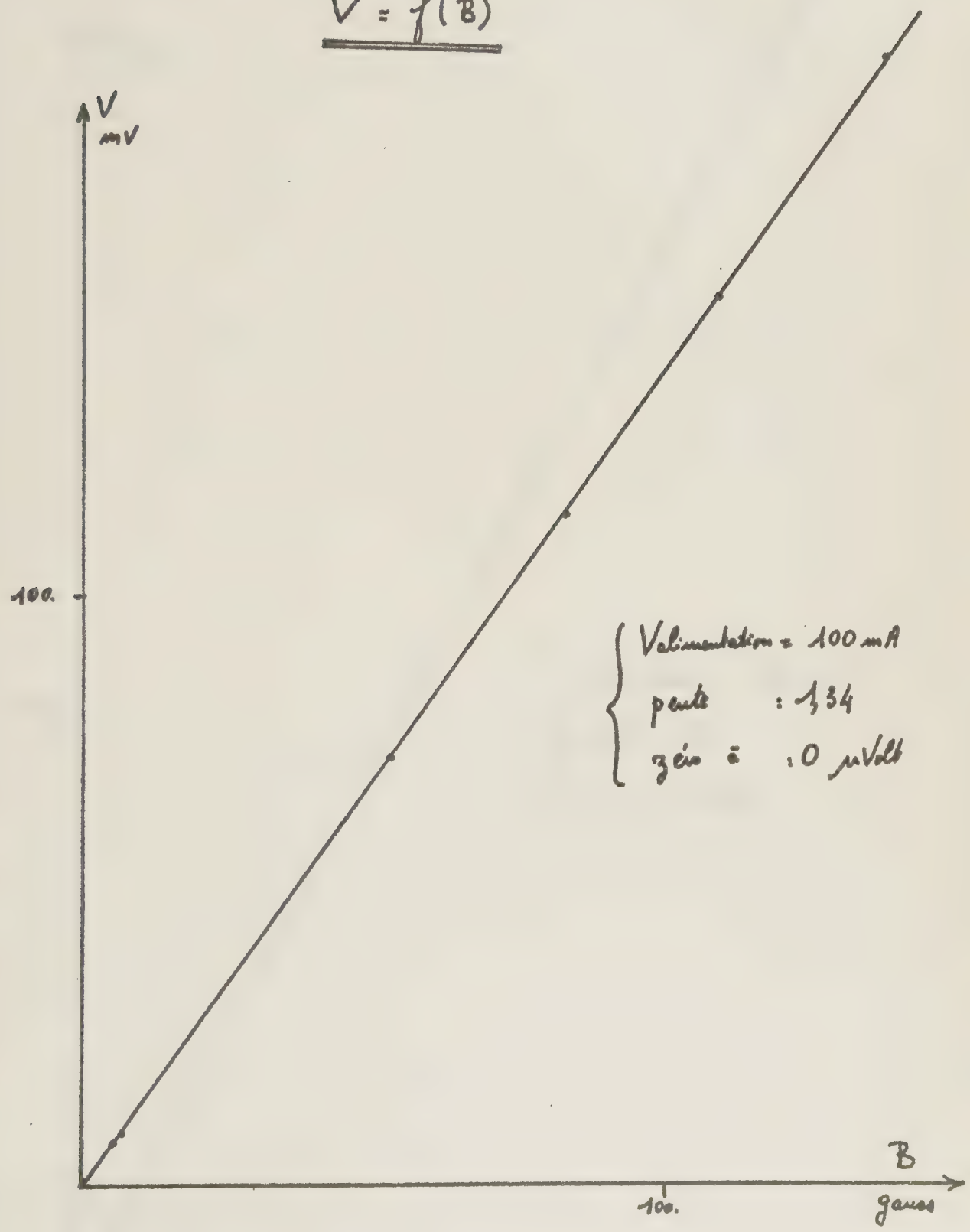


figure 5 : caractéristiques de la sonde

TRANSVERSALE

V = f(B)

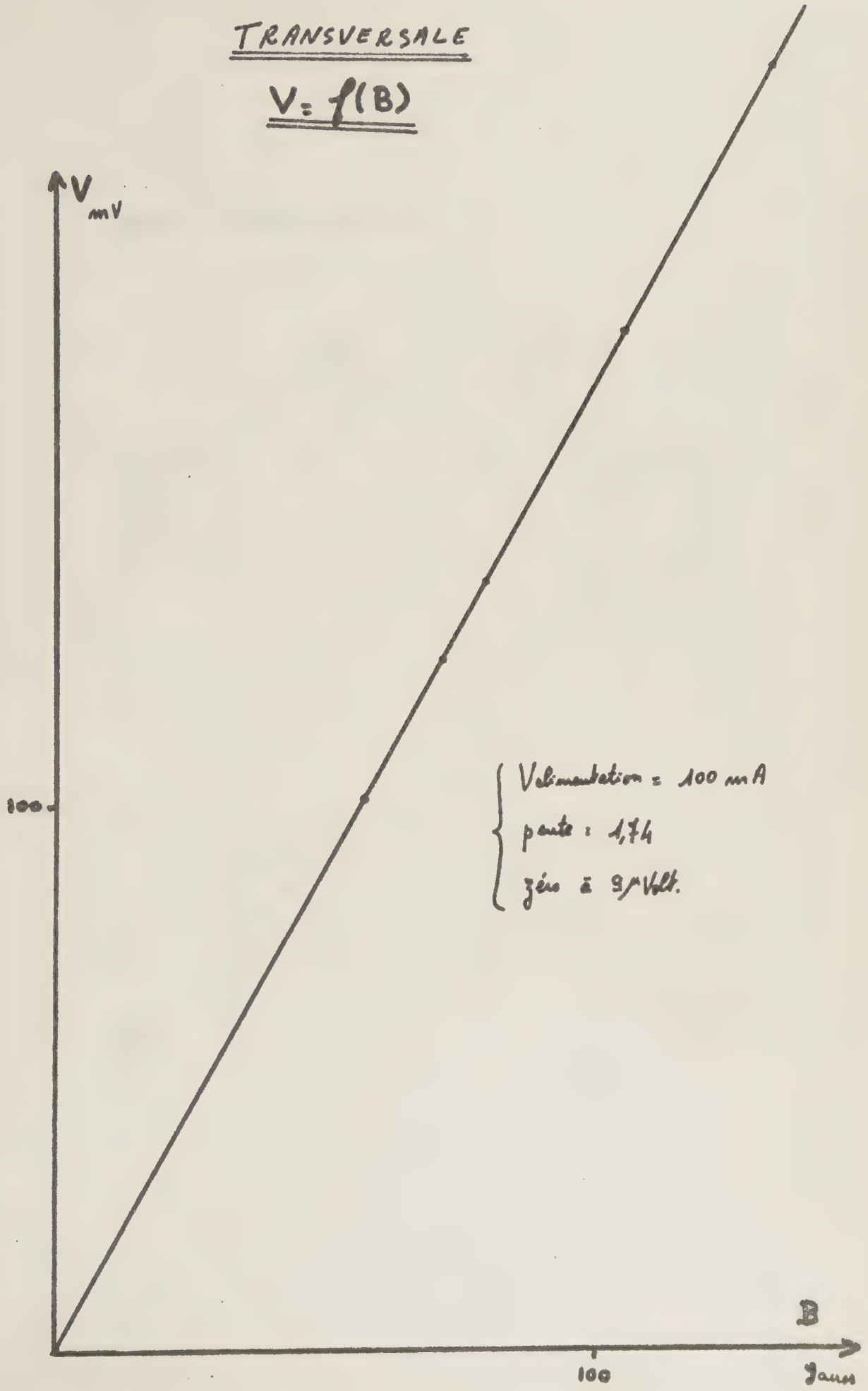


Figure 6 : Interpolation INTER 6)

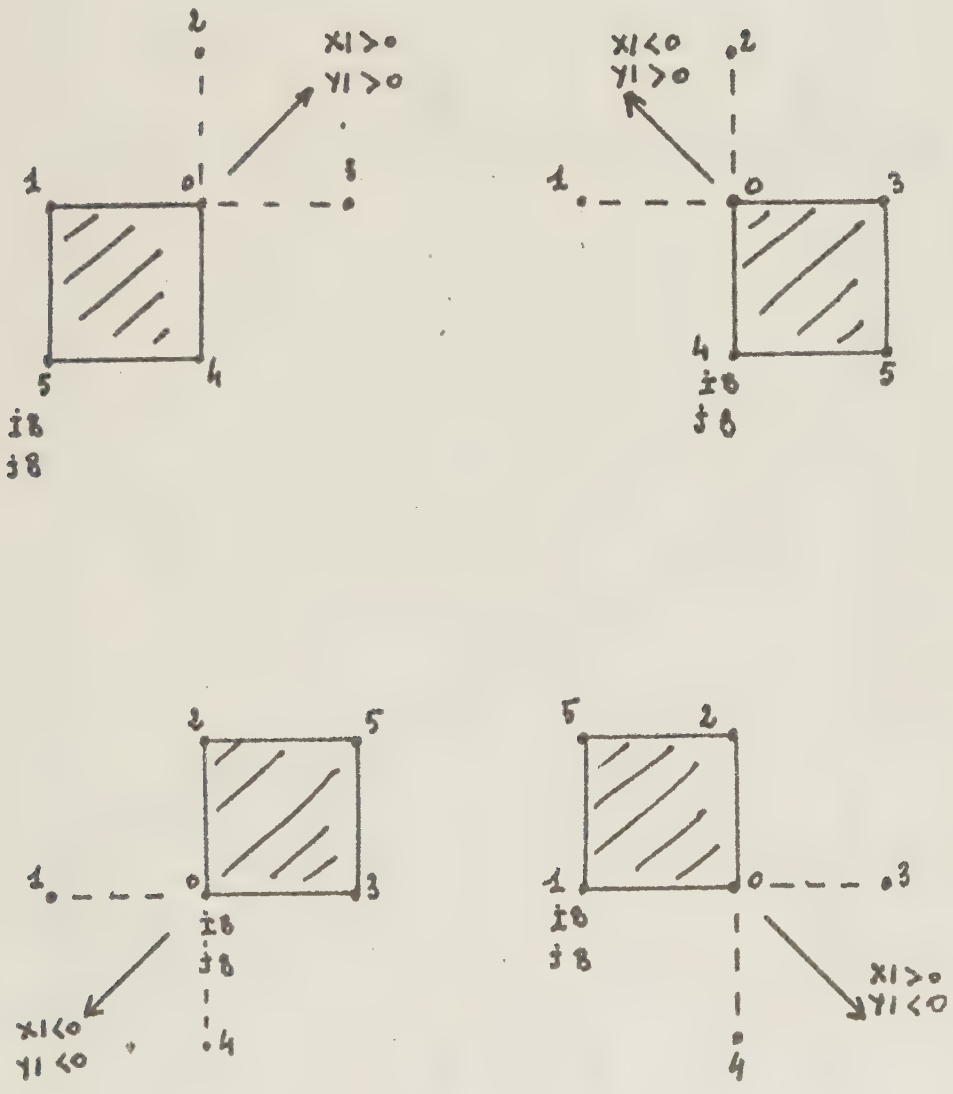
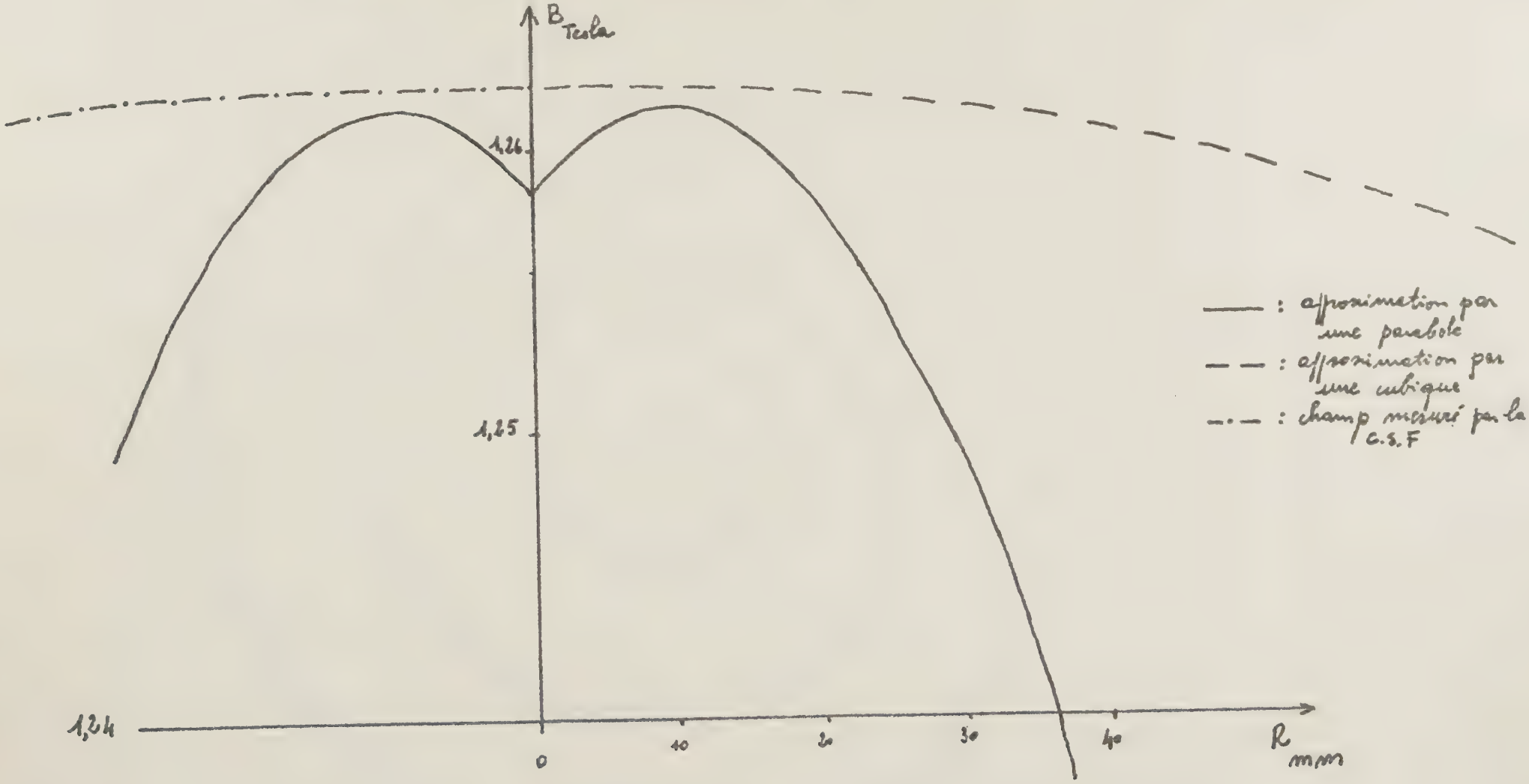


Figure 7 : Allure du champ magnétique



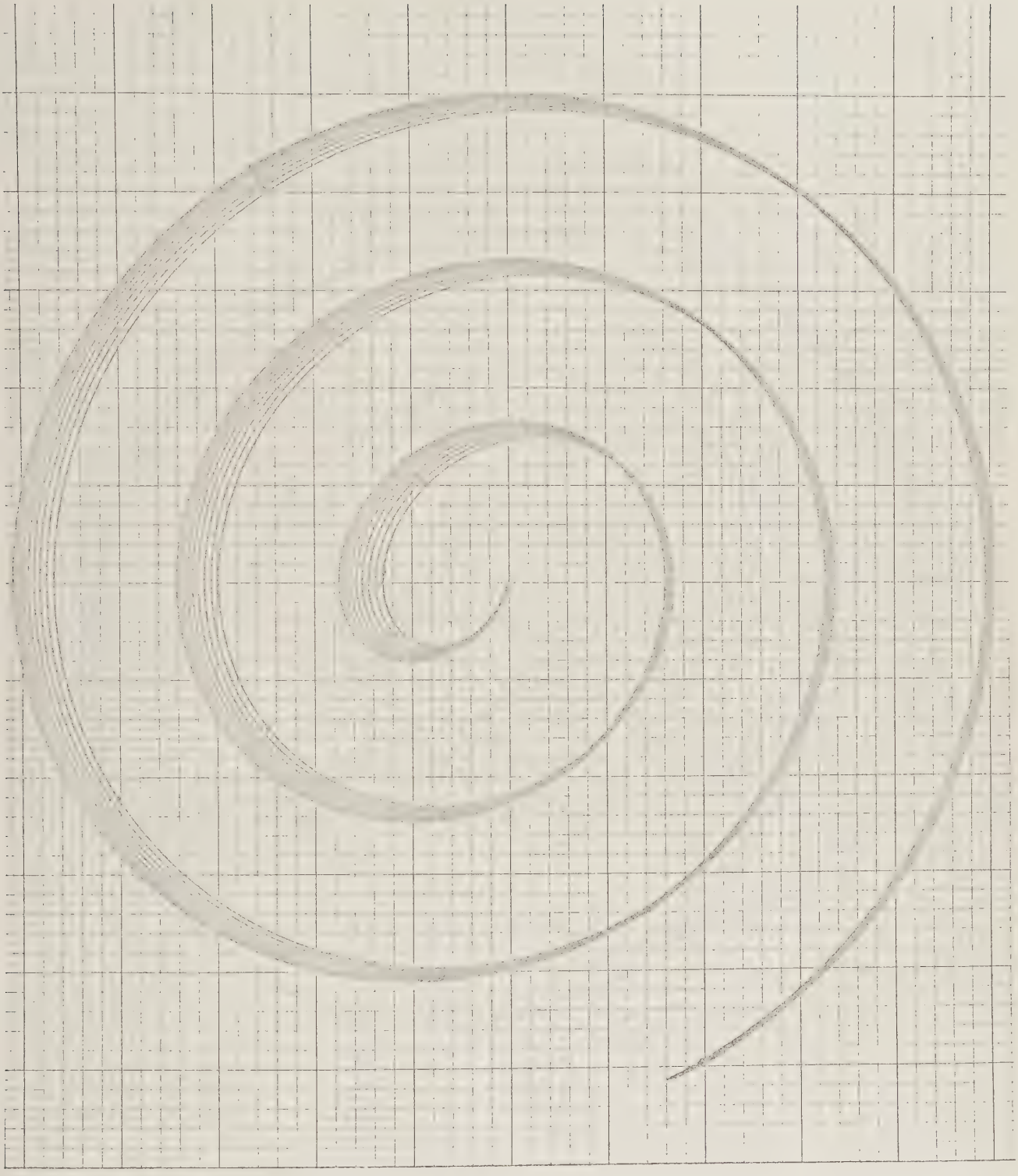


Figure 8 : Trajectoires théoriques : $E_x = 0$, $E_y = Cte$, $B = B_{cyclo}$

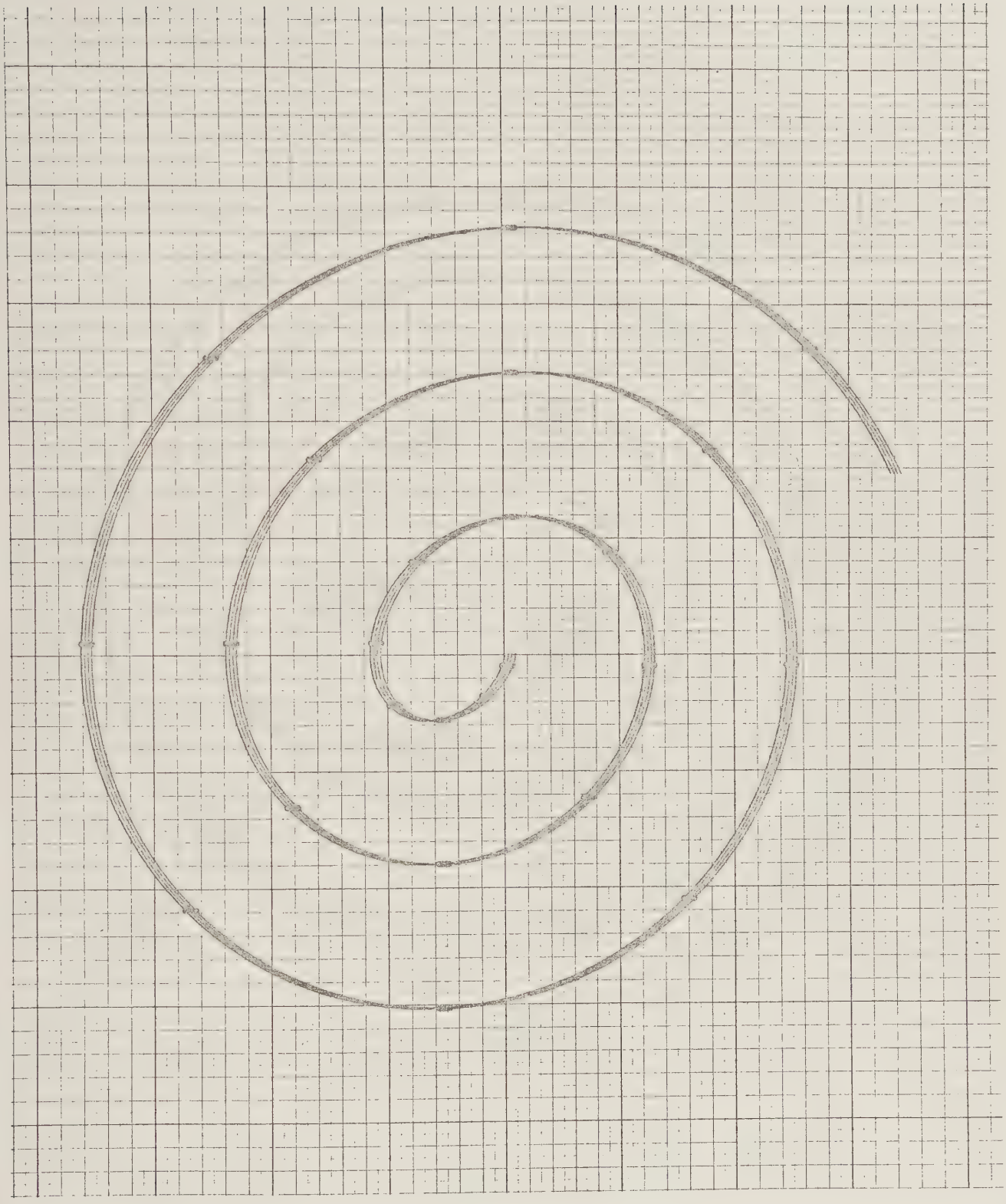


Figure 9 : Trajectoires théoriques : oscillations radiales géométriques

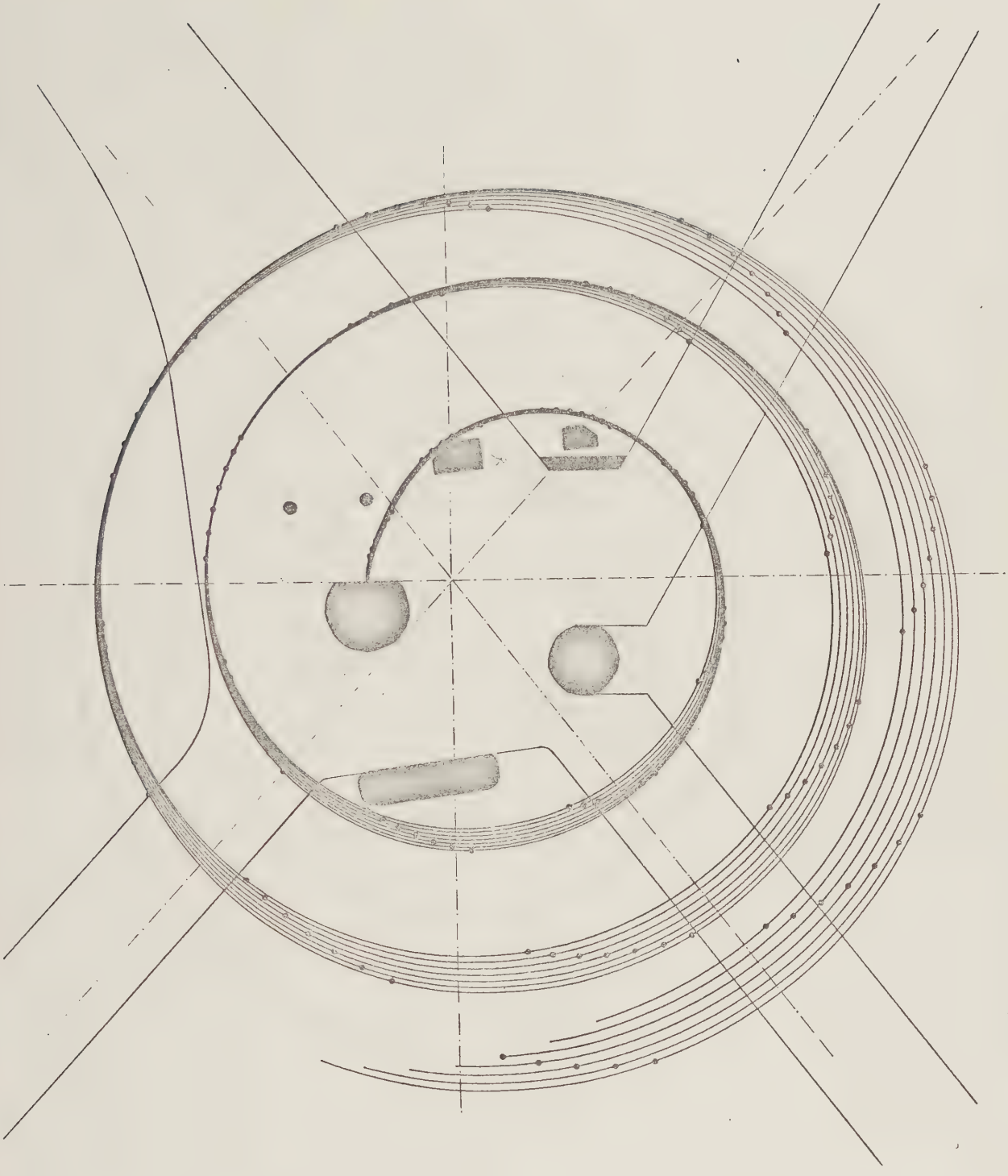


Figure 10 : a) trajectoires dans le plan médian, harmonique 1 sans vitesse initiale, phase milieu - 135°, intervalle entre deux phase : 5°.

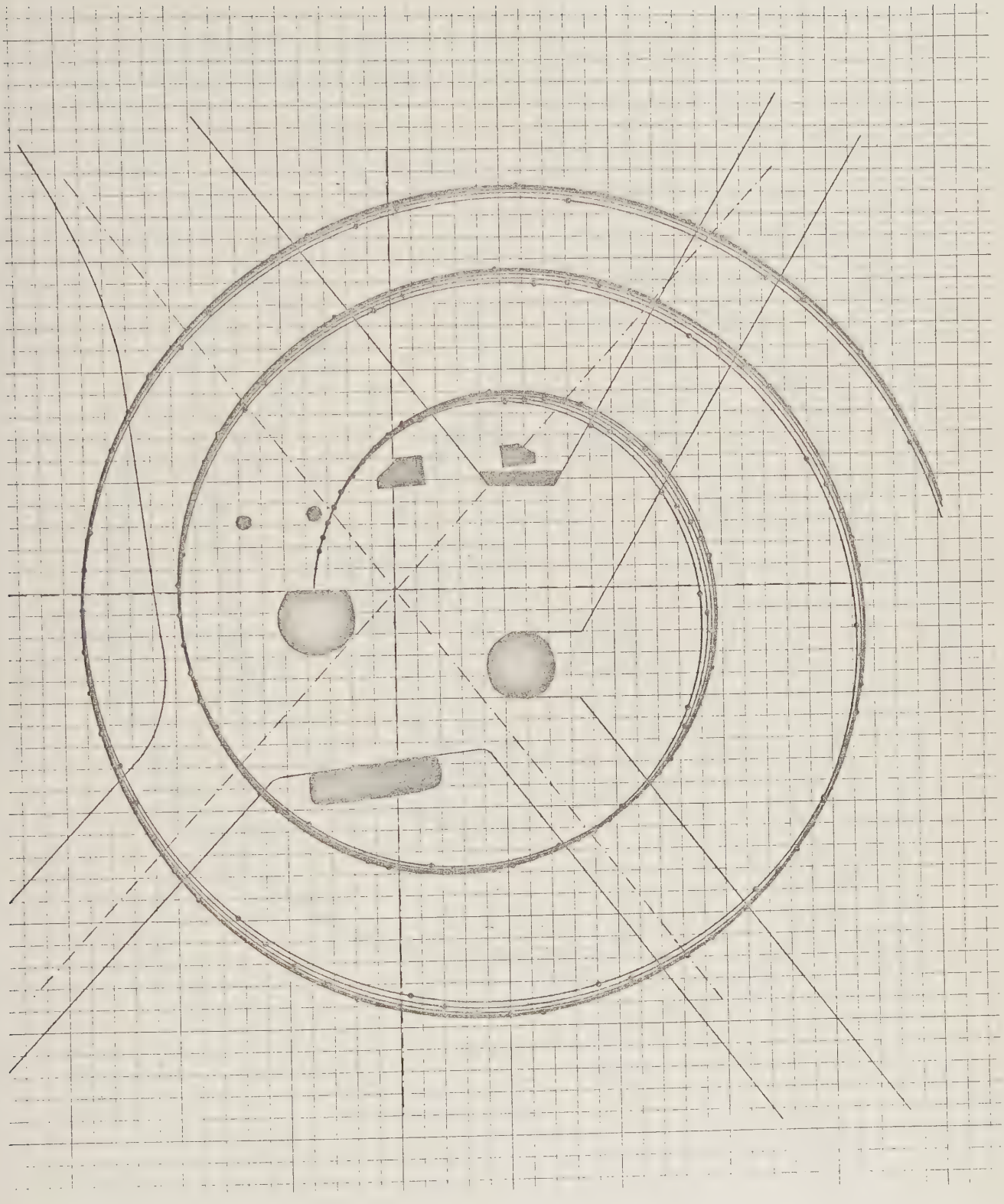


Figure 10b : Harmonique 1 plan médian, vitesse initiale
phase milieu = - 135°, intervalle entre deux phases = 5°

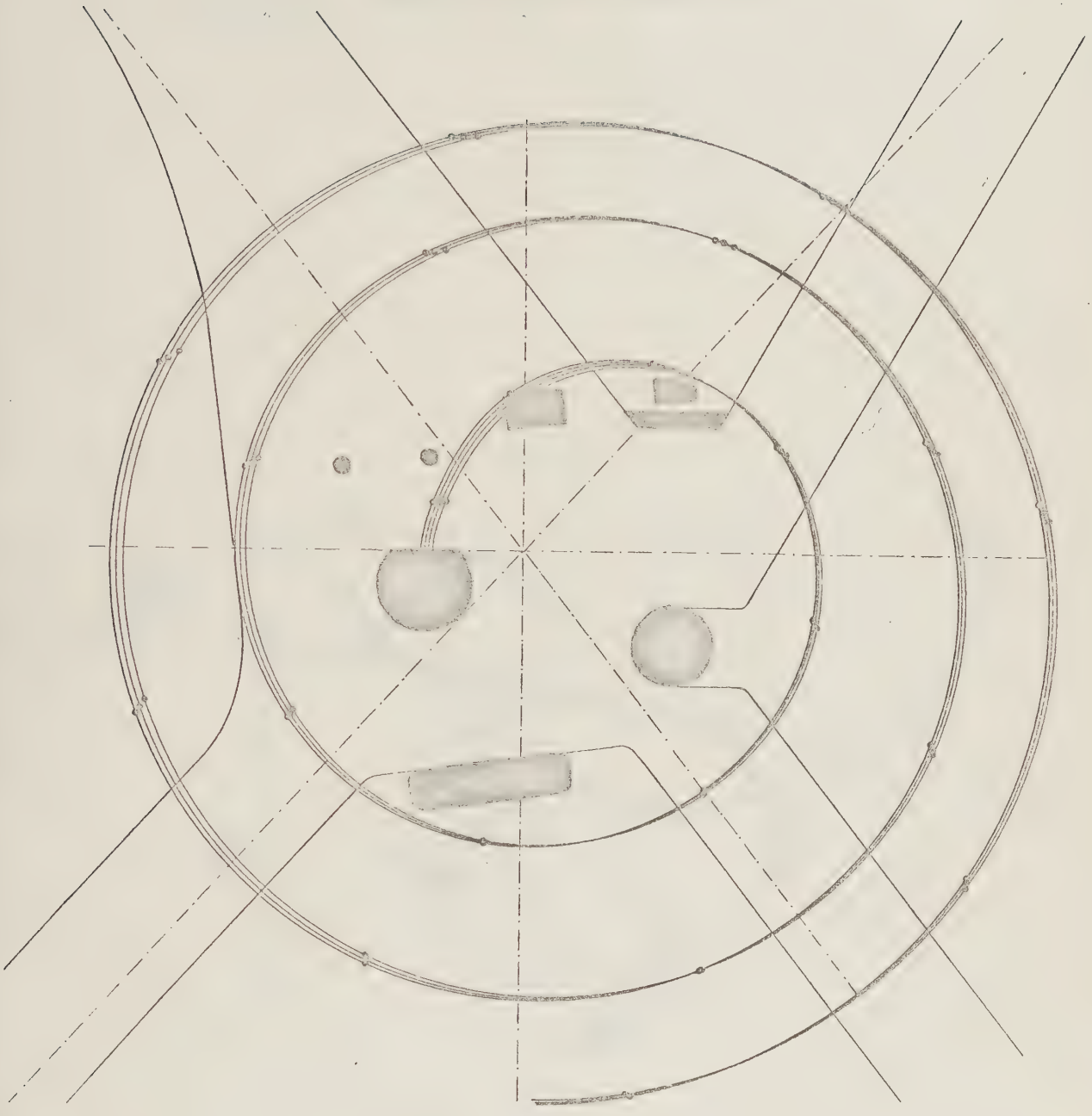
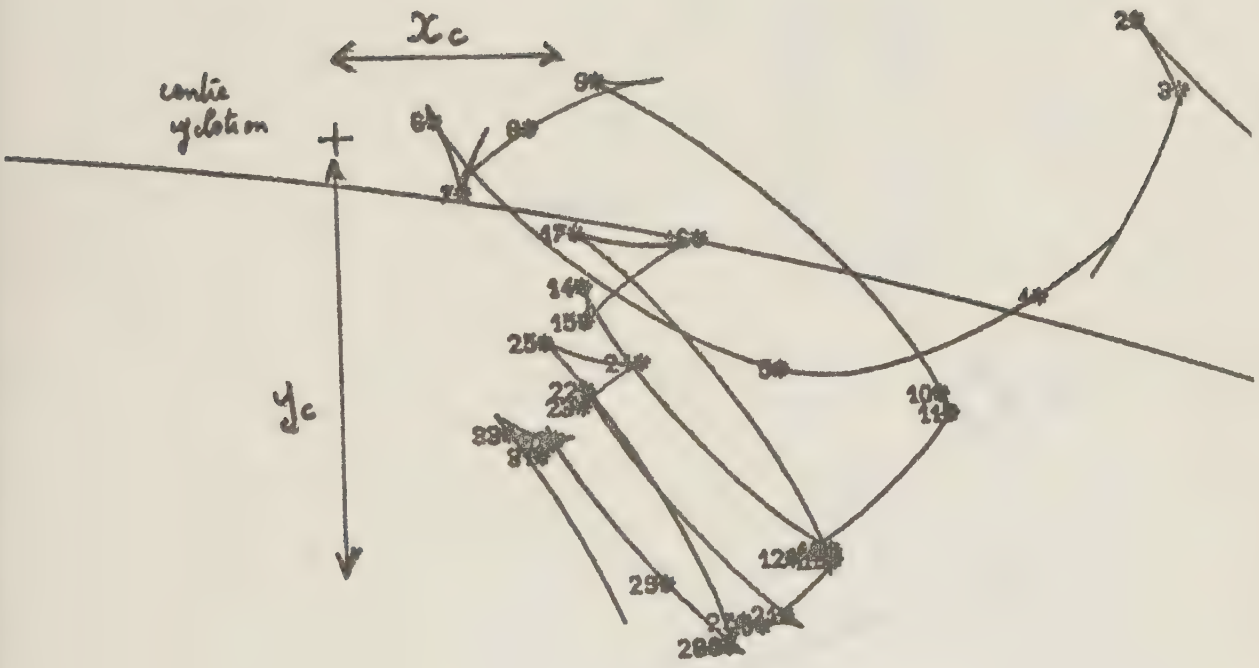


Figure 11 : Oscillations radiales géométriques en harmonique 1

Figure 12 : Centre de courbure harmonique 1



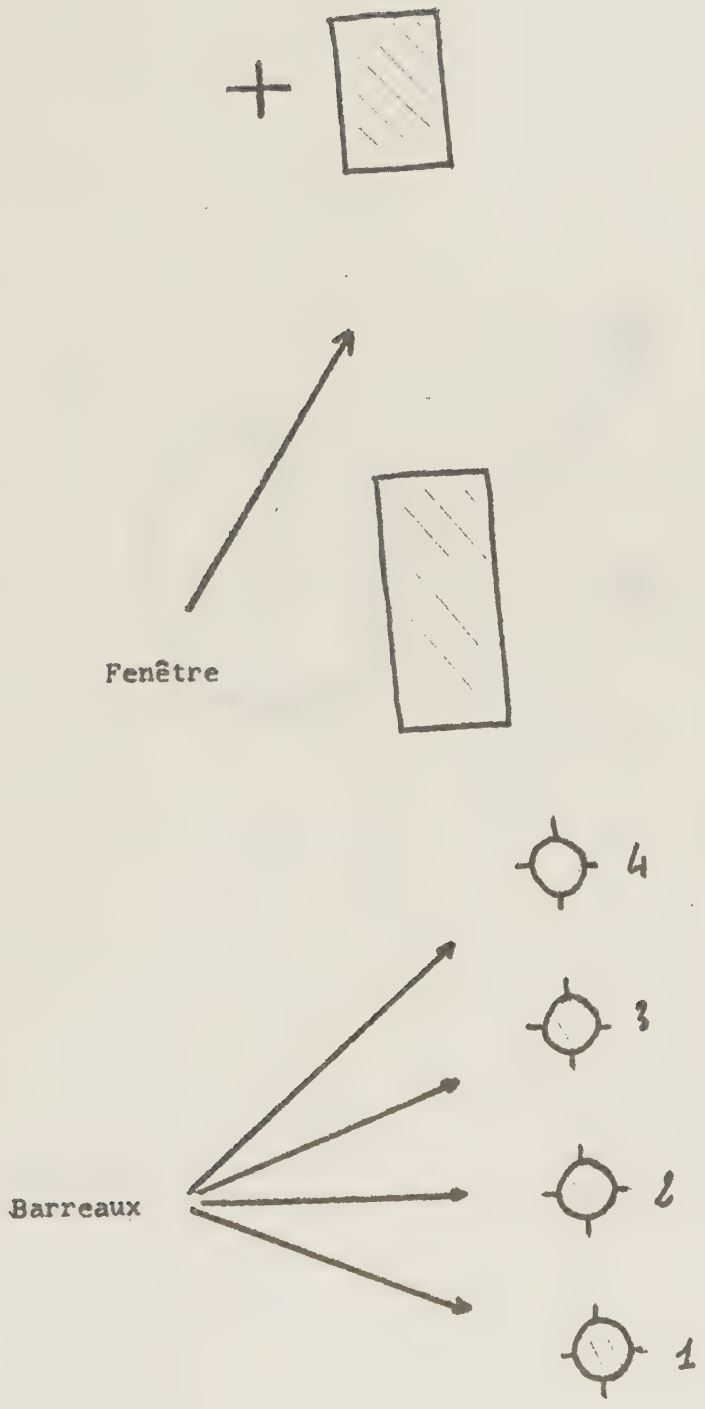


Figure 13 : Puller original de la C.S.F. à 4 barreaux.

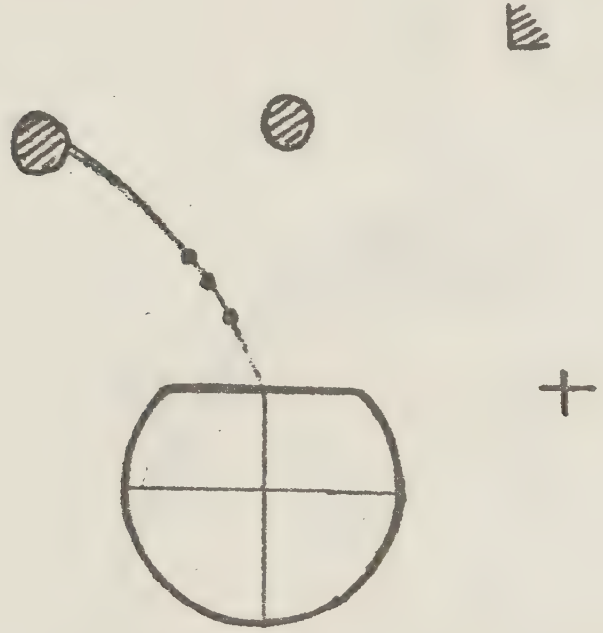


Figure 14 : Ions H^- tapant dans le barreau 3

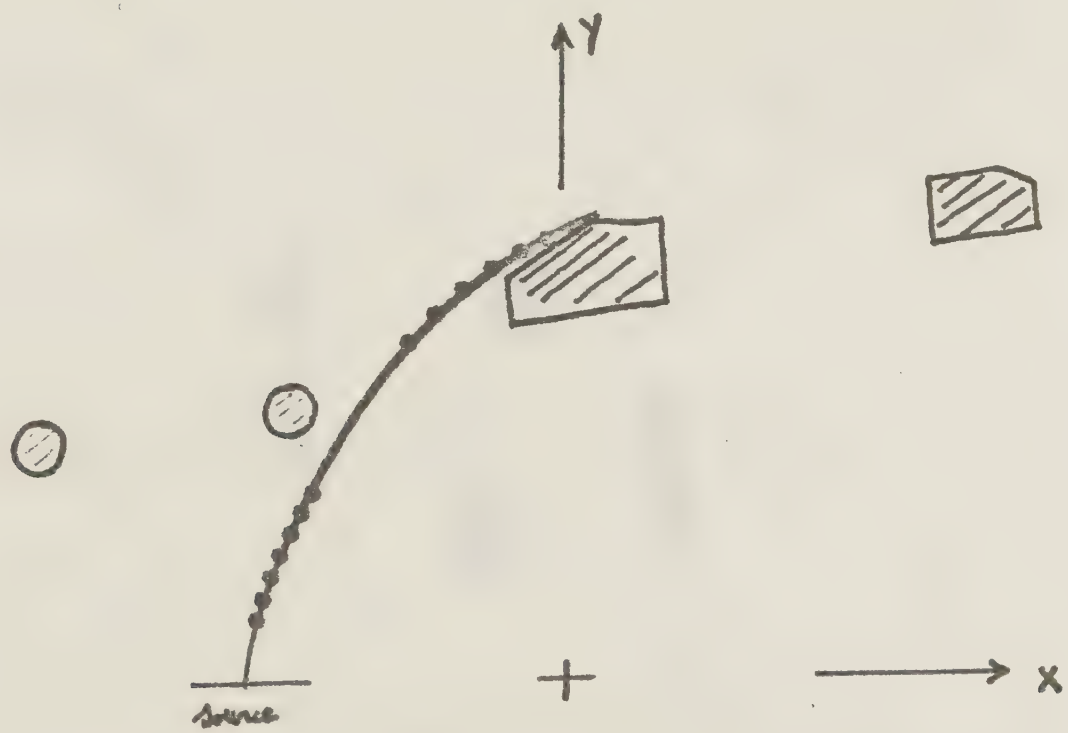


Figure 15 : Déplacement vers les X $<$ 0 de la source

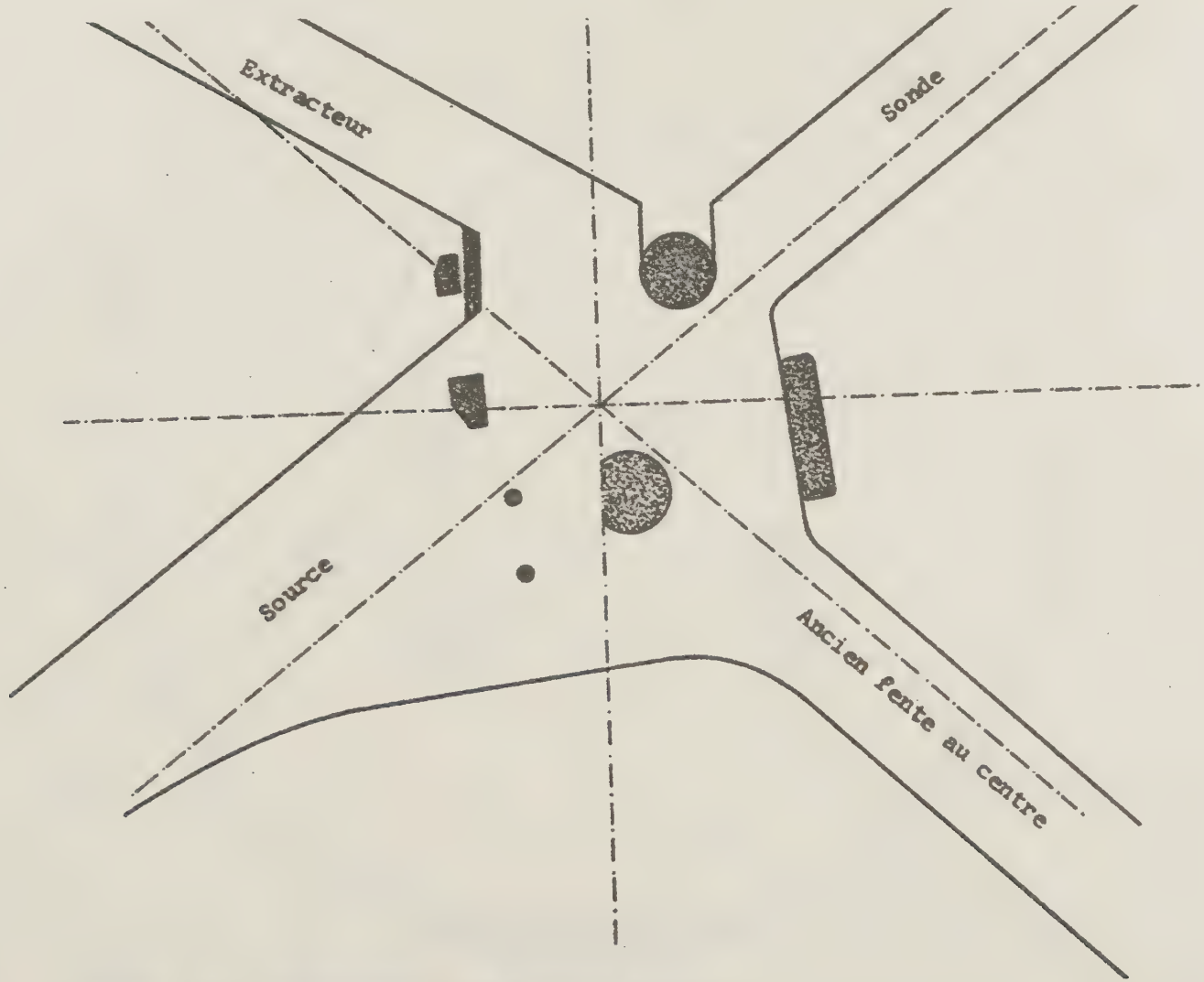


Figure 16 : Encombrement des espaces inter-dé

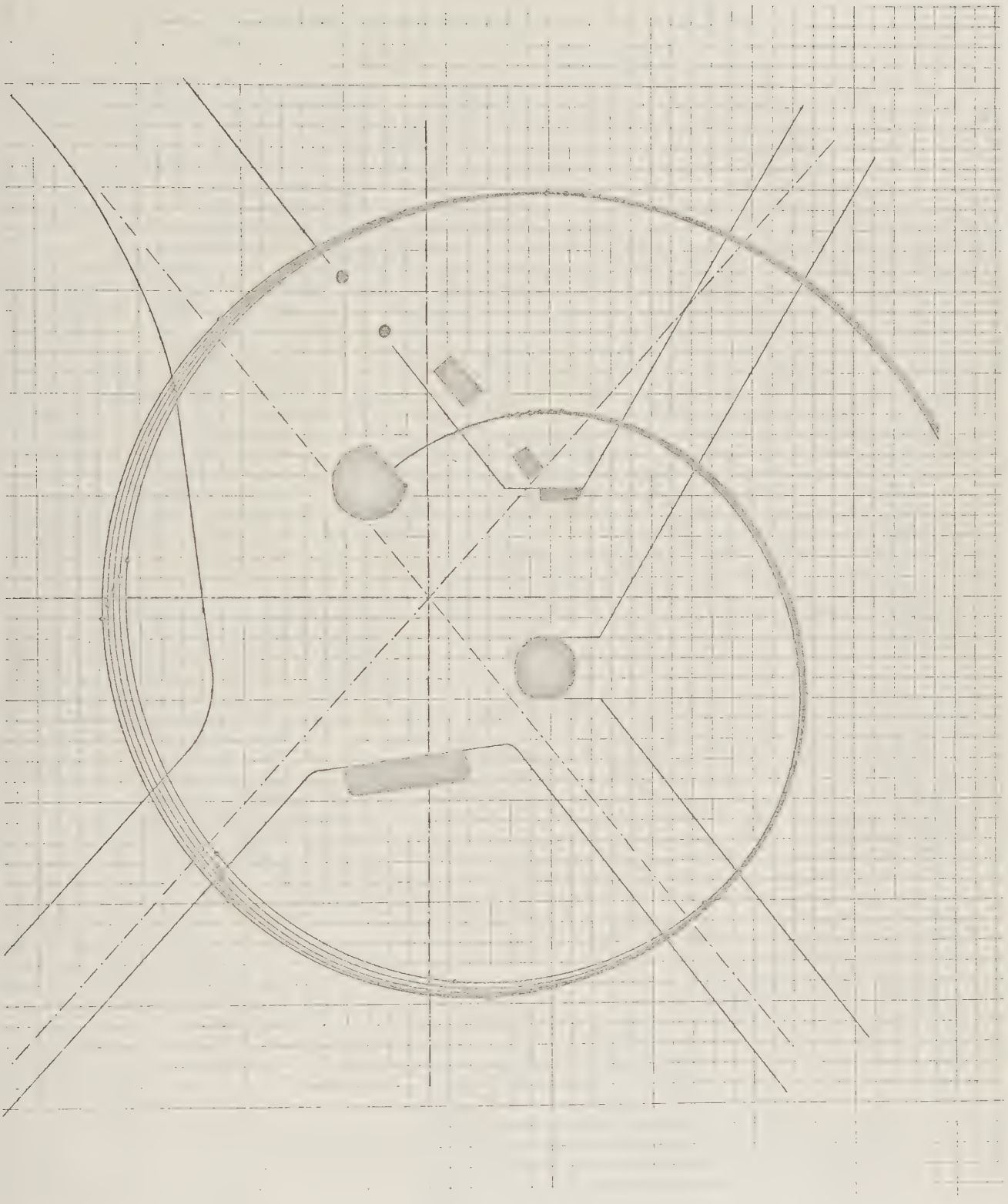


Figure 17a : Harmonique 2, trajectoires dans le plan médian avec vitesse initiale

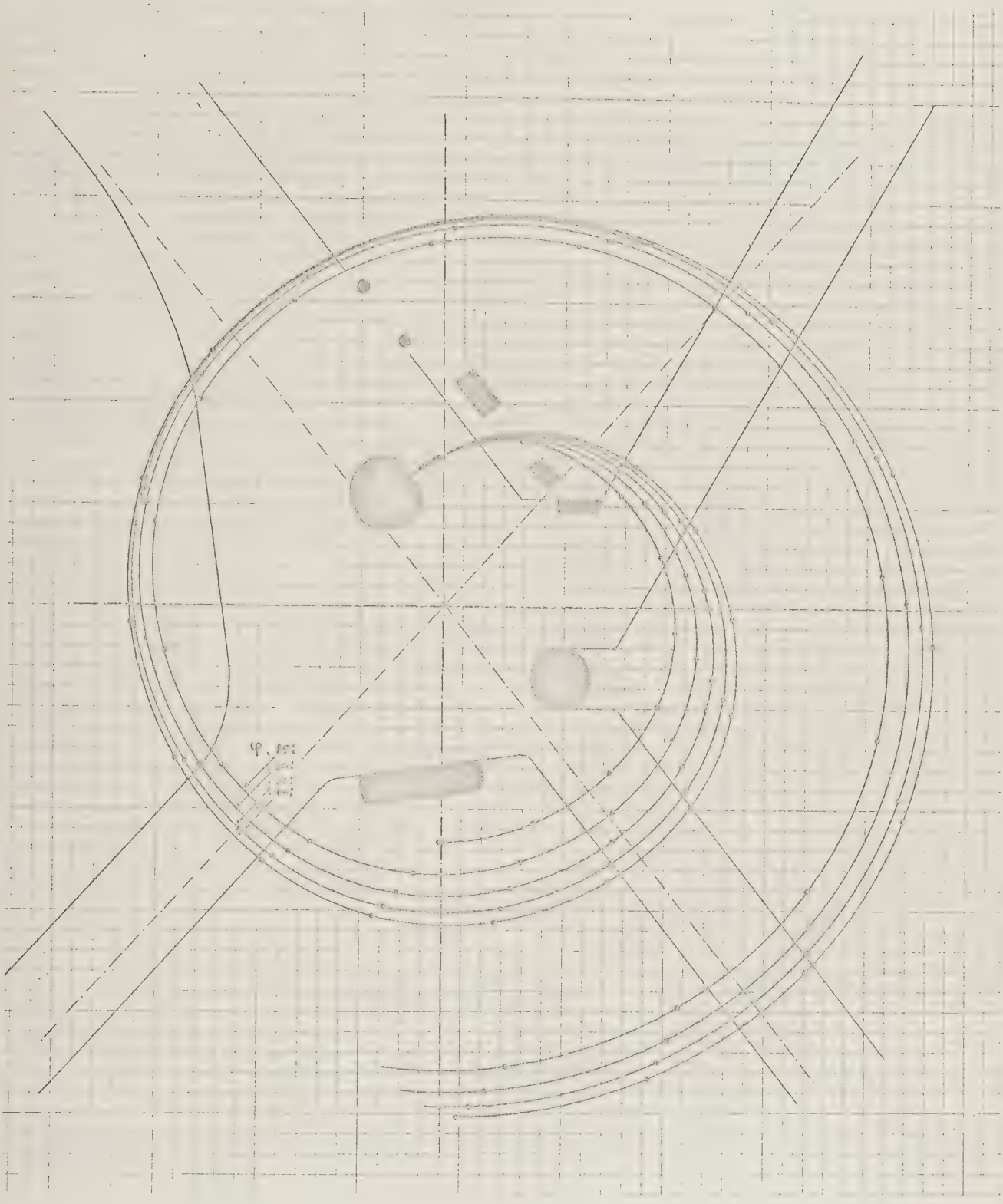


Figure 17b : Harmonique 2 : trajectoires dans le plan médian, sans vitesse initiale.

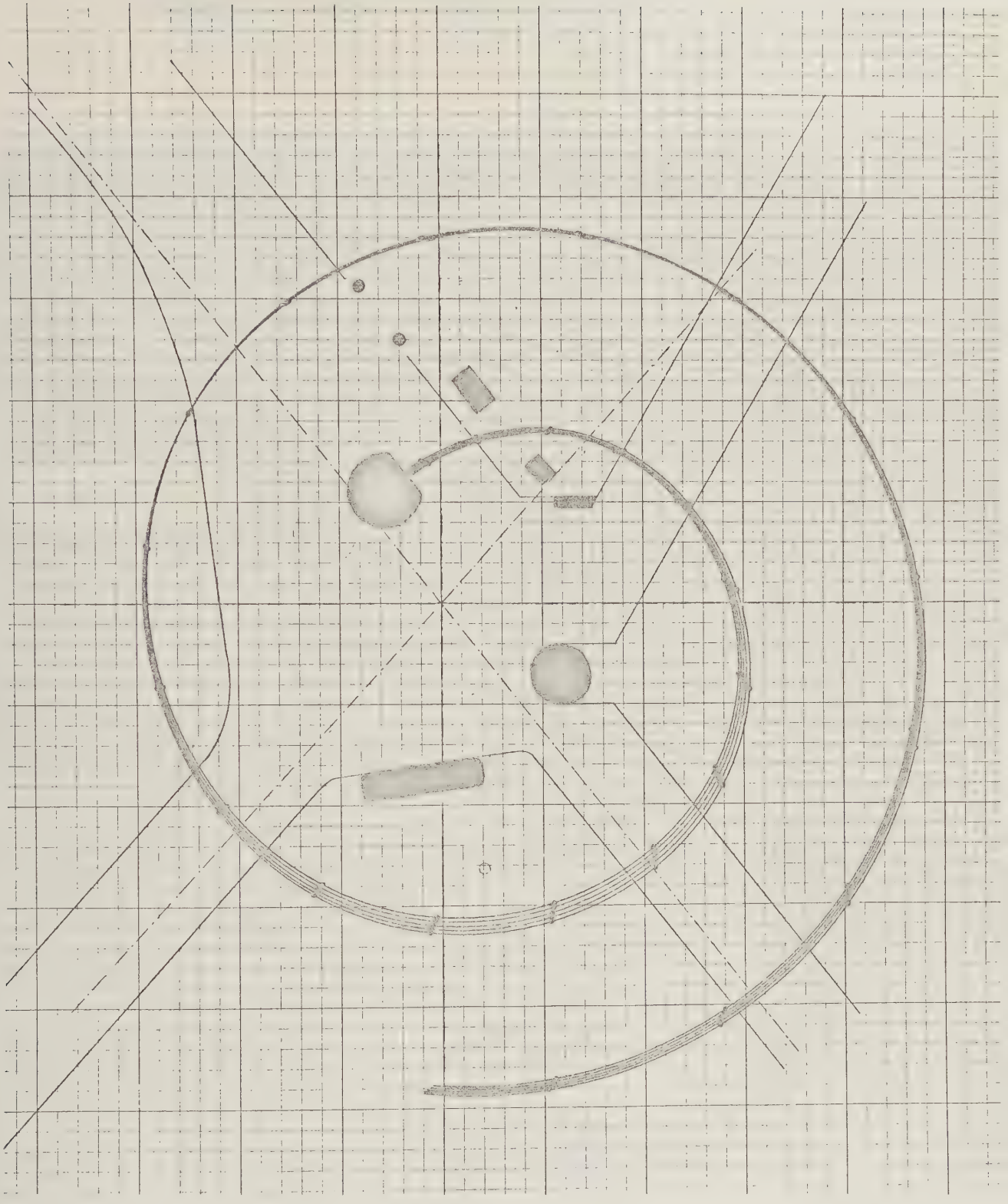


Figure 18 : Harmonique 2 : oscillations radiales géométriques.

Figure 19 : Centre de courbure harmonique 2

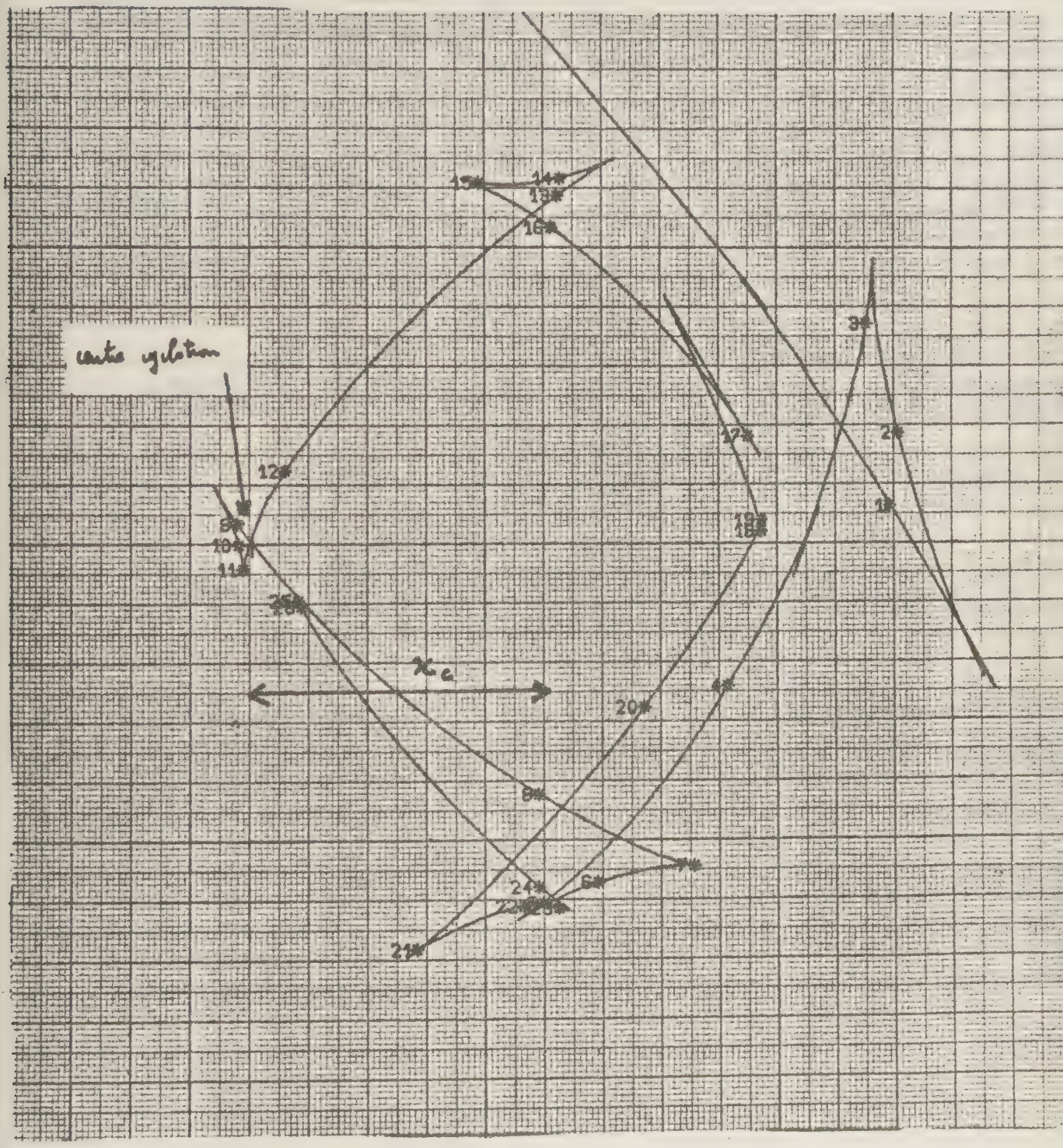
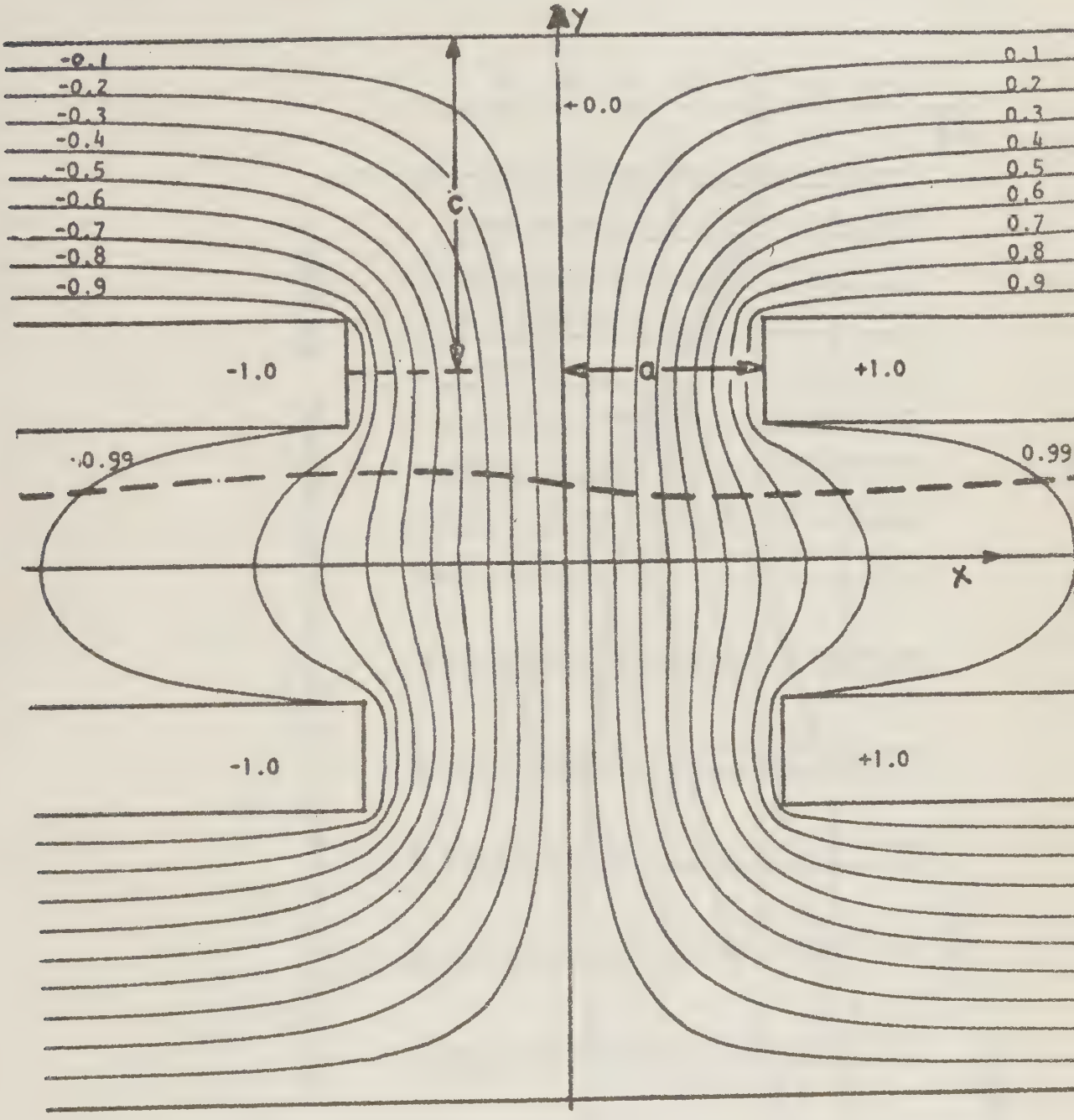


Figure 20-21 : Allure des équipotentielles dans un espace inter-dé



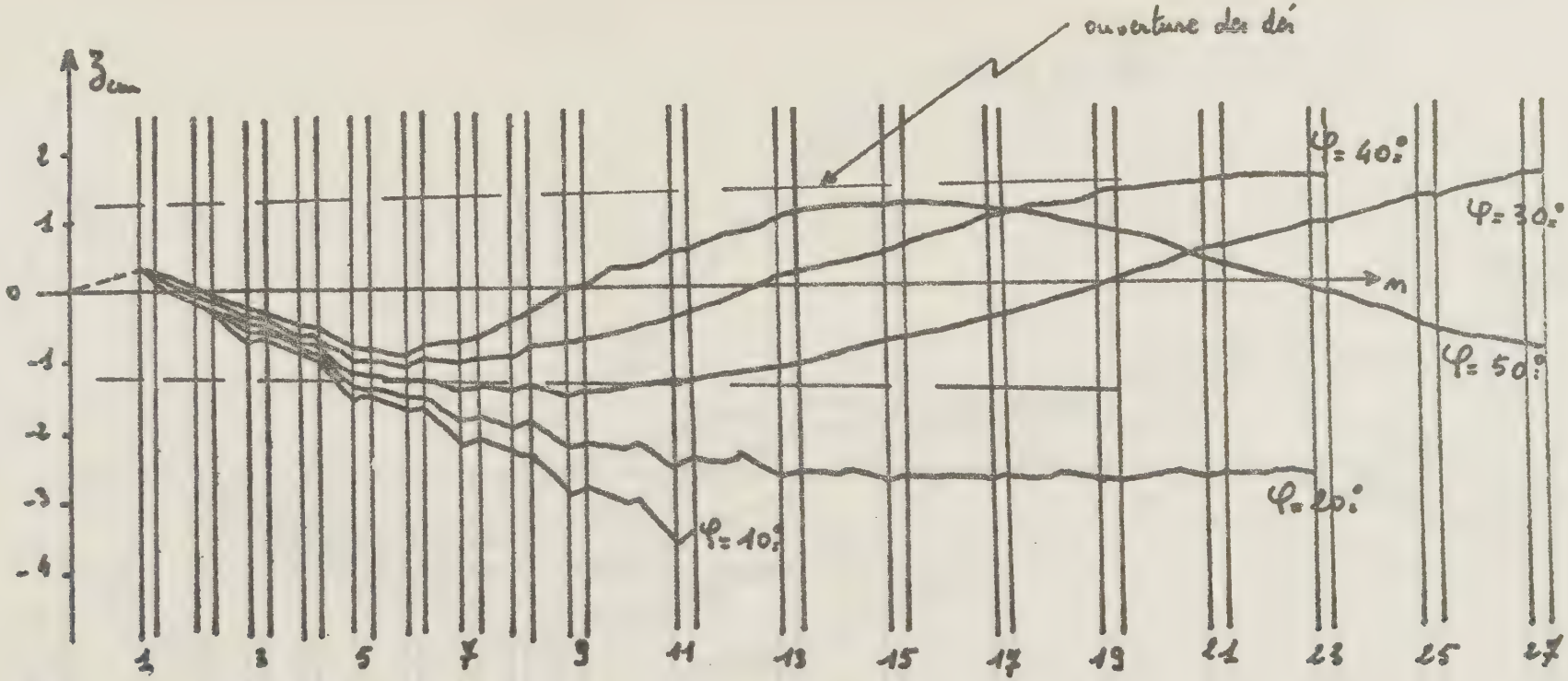


Figure 22a : Focalisation électrique (n = nombre d'accélérations

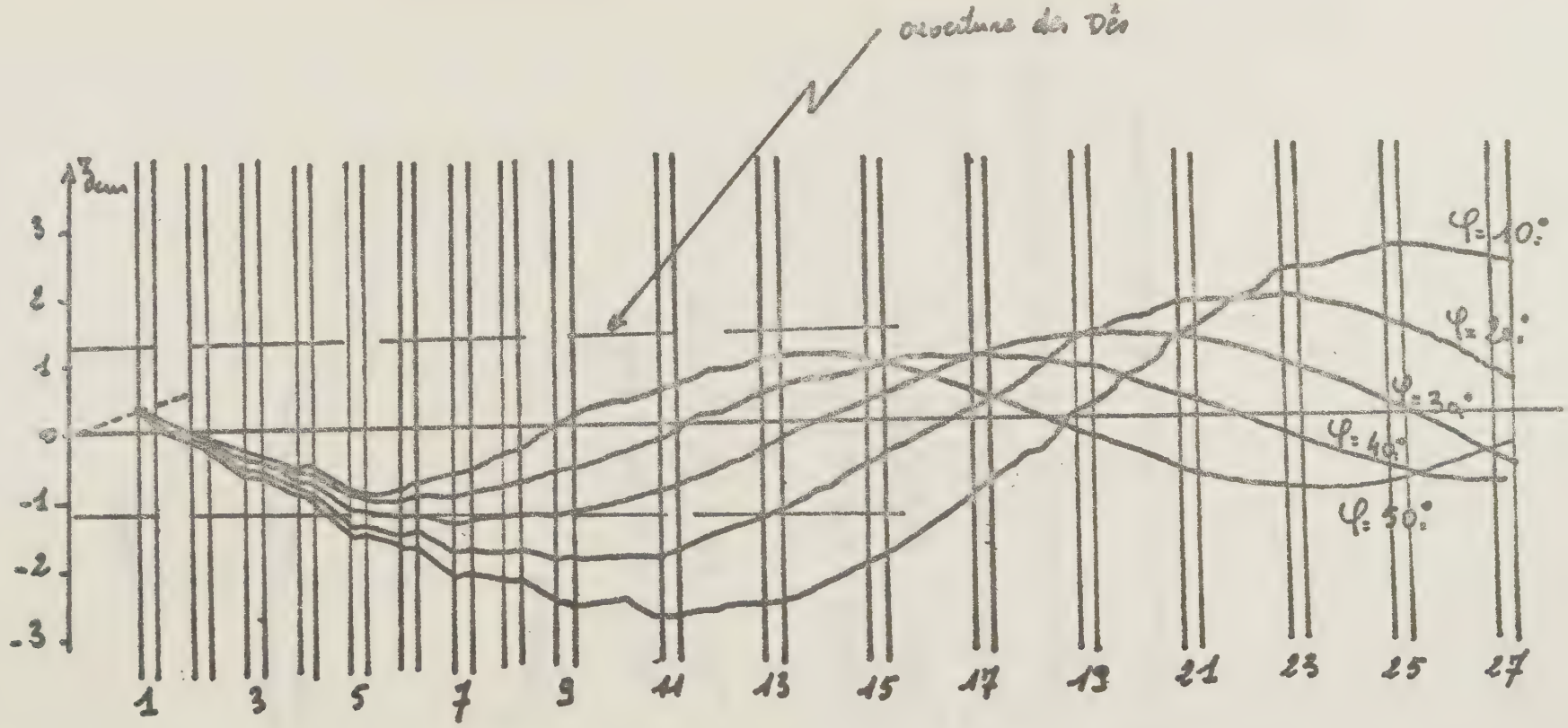
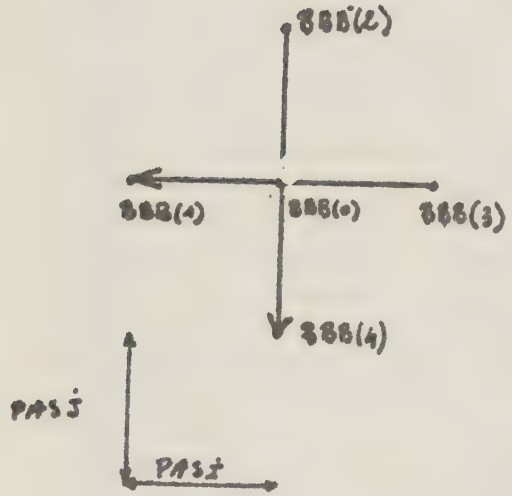


Figure 22b : Focalisation, (électrique + magnétique) ; (n = nombre d'accélérations)

Figure 23 : Calcul du terme C3



$$C3 = -EX1 - 2EX3.XO - EX5.YO$$
$$- EY2 - 2EY4.XO - EY5.YO$$

avec :

$$EX1 = \left[BBB(3) - BBB(4)\right] / 2.PAS\,i$$
$$EY2 = \left[BBB(2) - BBB(4)\right] / 2.PAS\,j$$
$$EX3 = \left[BBB(1) + BBB(3) - 2.BBB(0)\right] / 2.PAS\,i.PAS\,j$$
$$EY4 = \left[BBB(2) + BBB(4) - 2.BBB(0)\right] / 2.PAS\,i.PAS\,j$$

(EX5 et EY5 sont des termes d'ordre supérieur)

Figure 24 a1 : C3 = f (N) terme statique de convergence verticale électrique en harmonique 1

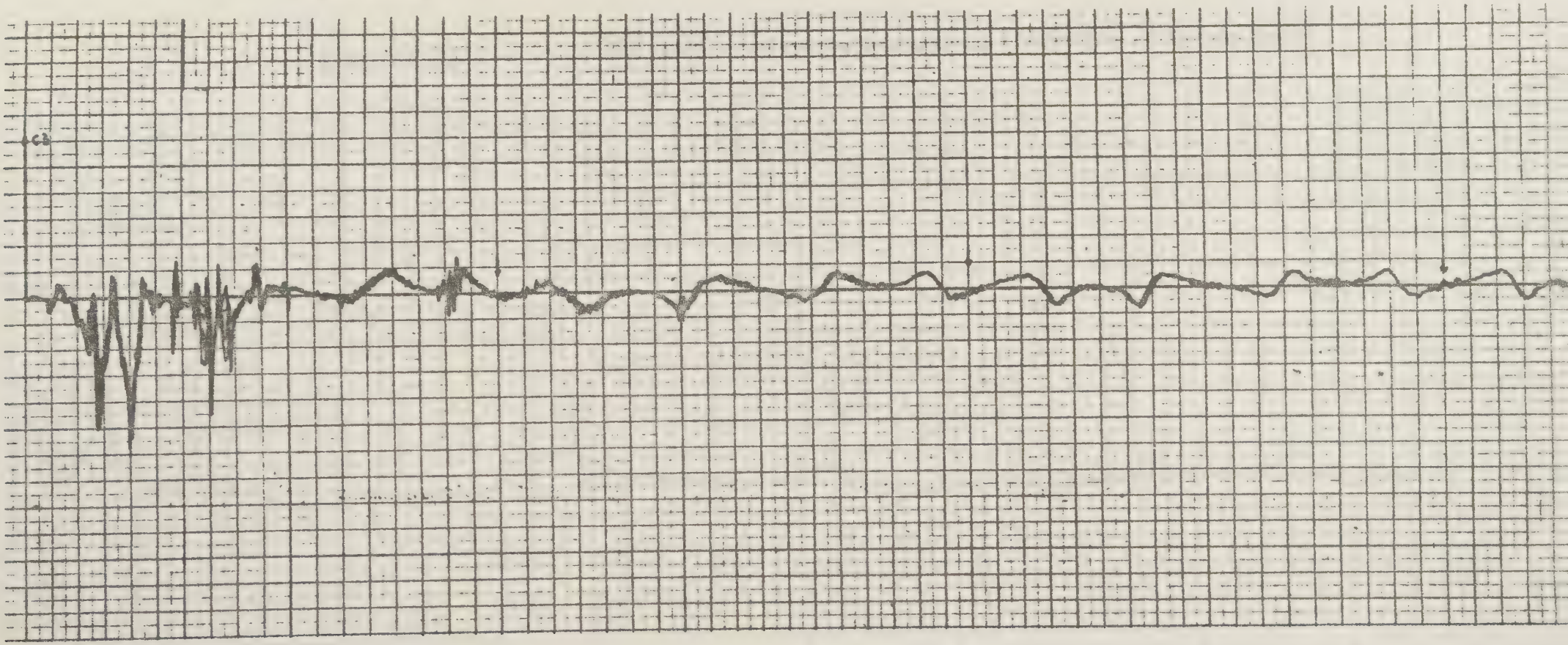


Figure 24 b1 : C3 = f (N) terme statique de convergence électrique en harmonique 2

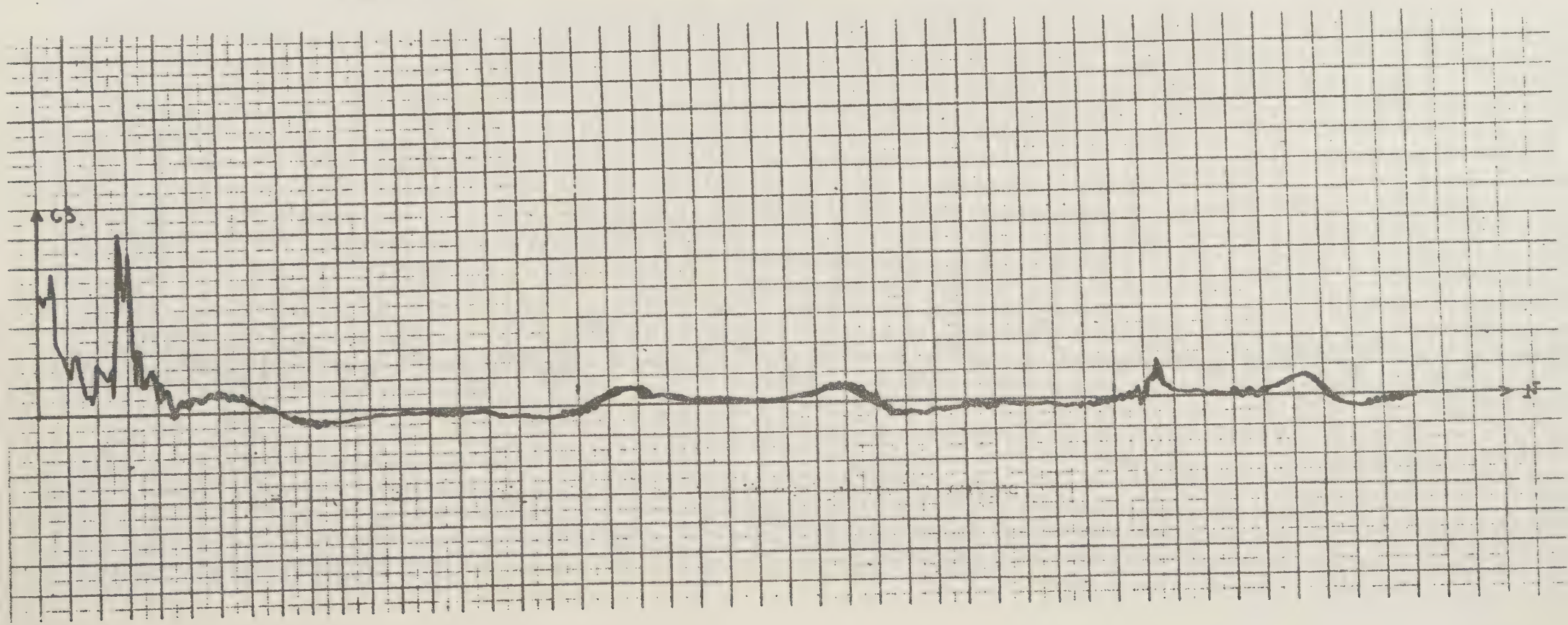


Figure 24 a2 : C8 = f (N) terme de convergence (électrique + magnétique) en harmonique 1

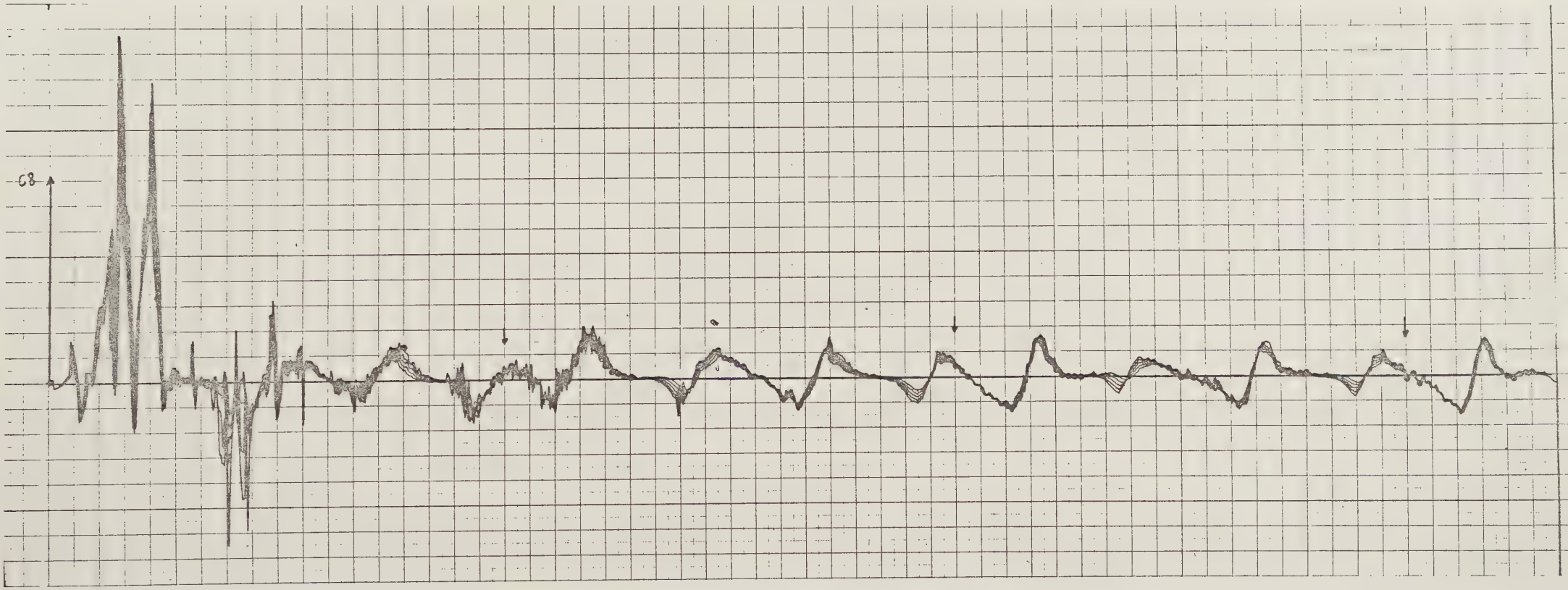


Figure 24 b2 : C8 = f (N) terme de convergence électrique et magnétique en harmonique 2

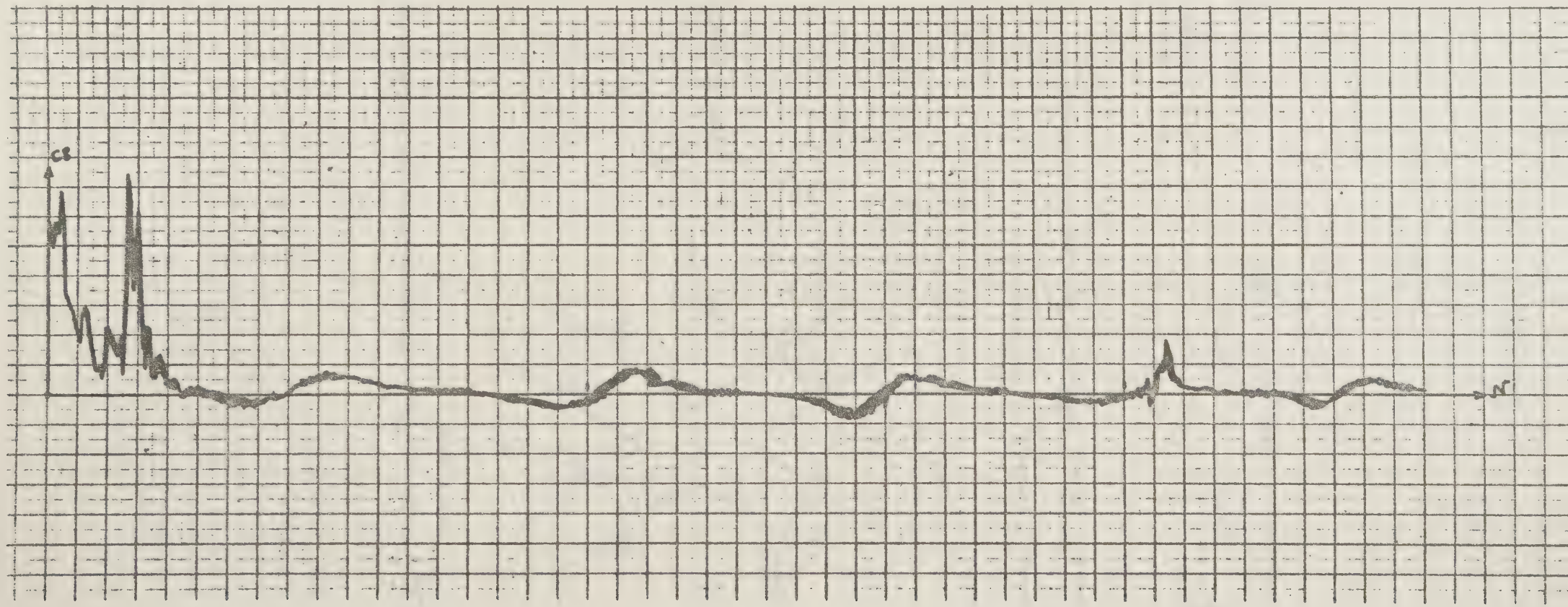


Figure 25 : Influence de la HT sinusoïdale sur la focalisation verticales

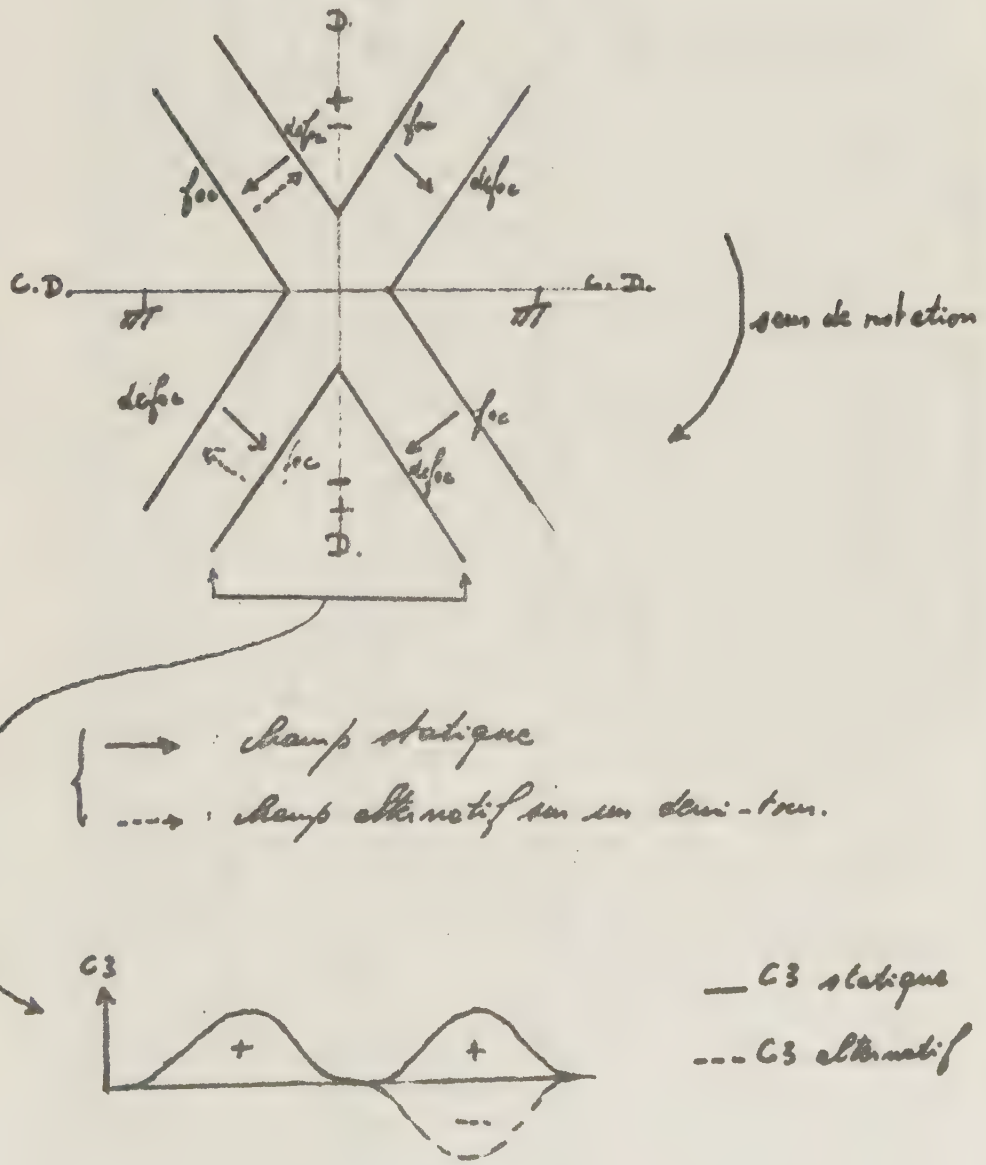


Figure 26 : $C3_{statique} = f(N)$ Détermination des espaces Dé, Contre-dé, Inter-dé, à l'aide des zones convergentes (C3 négatif) - divergentes (C3 positif).

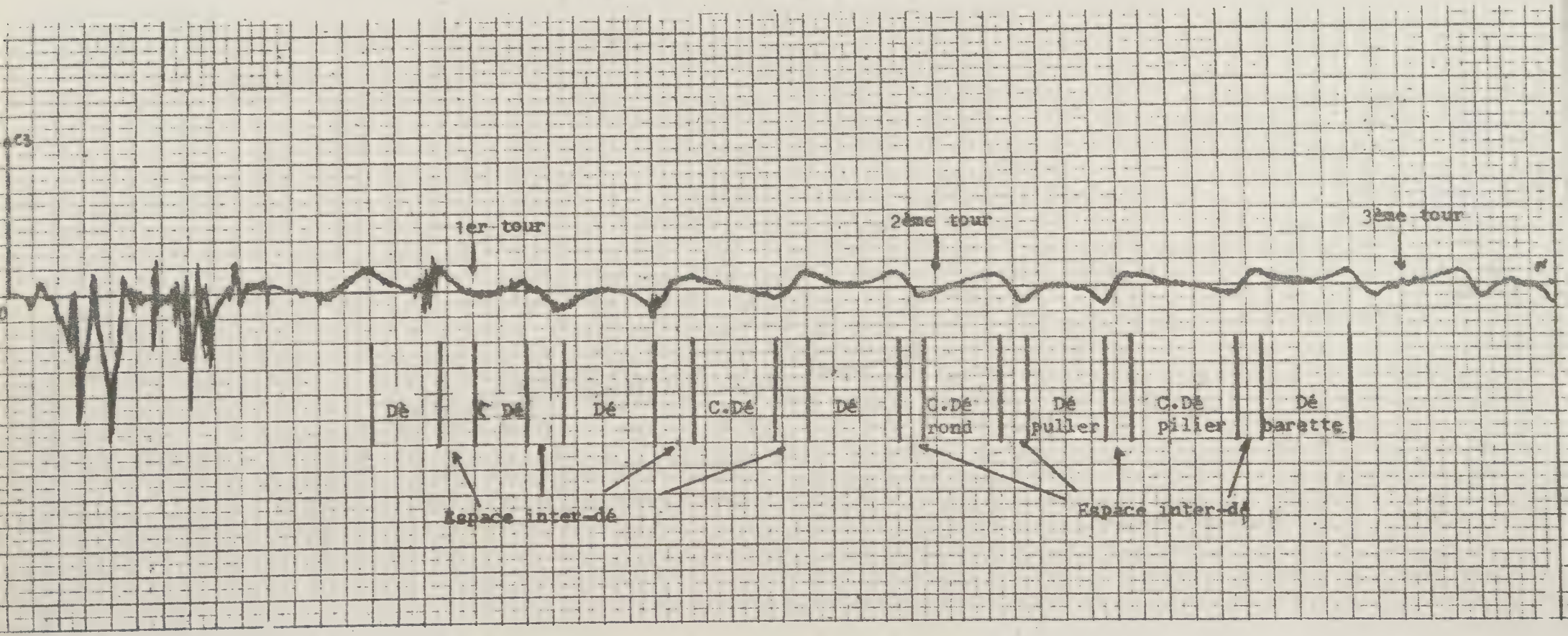


Figure 27 a1 : p (4, 4)=f (N) trajectoires verticales en harmonique 1 sans vitesse initiale

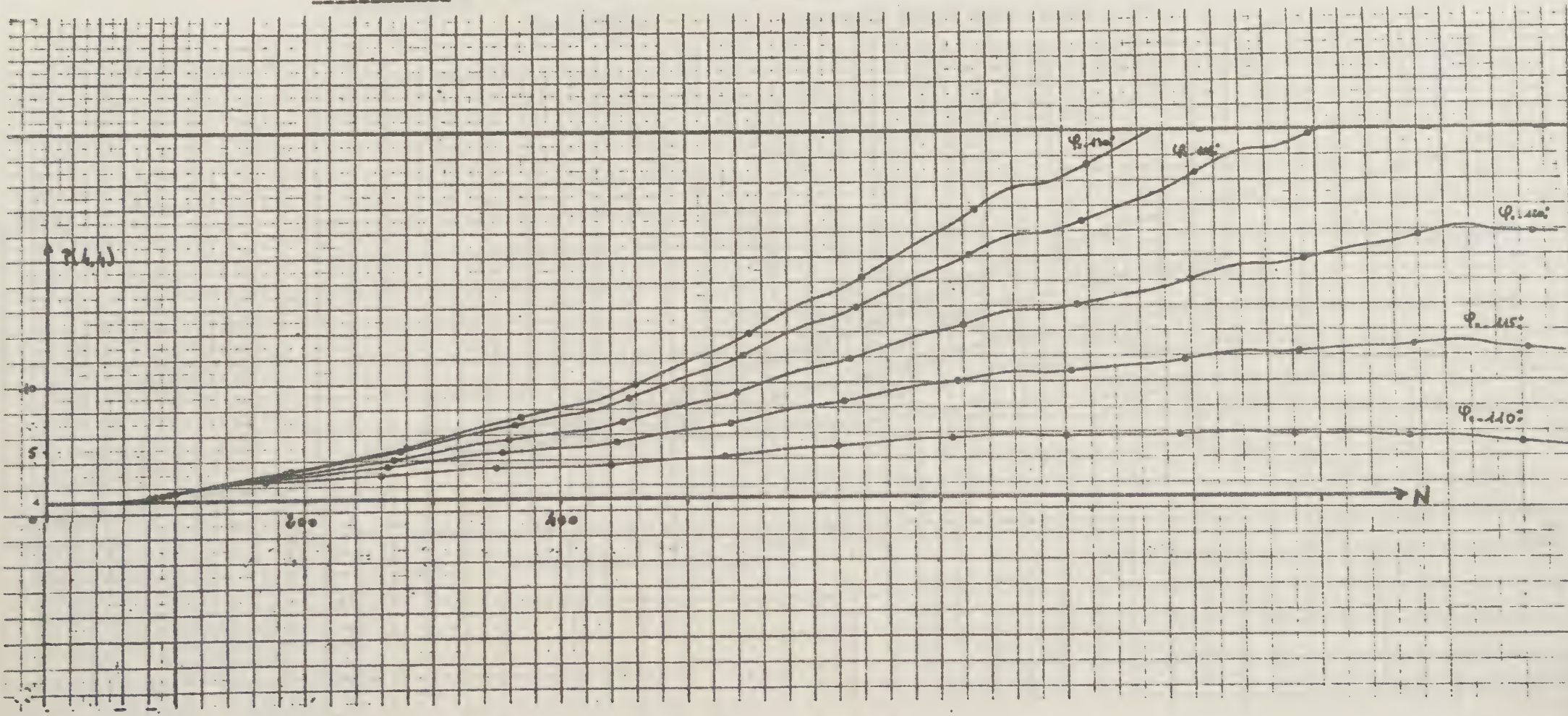


Figure 27 a2 : Trajectoires verticales en harmonique 1, avec vitesse initiale phase milieu = - 85°, intervalle entre deux phases = 5°.

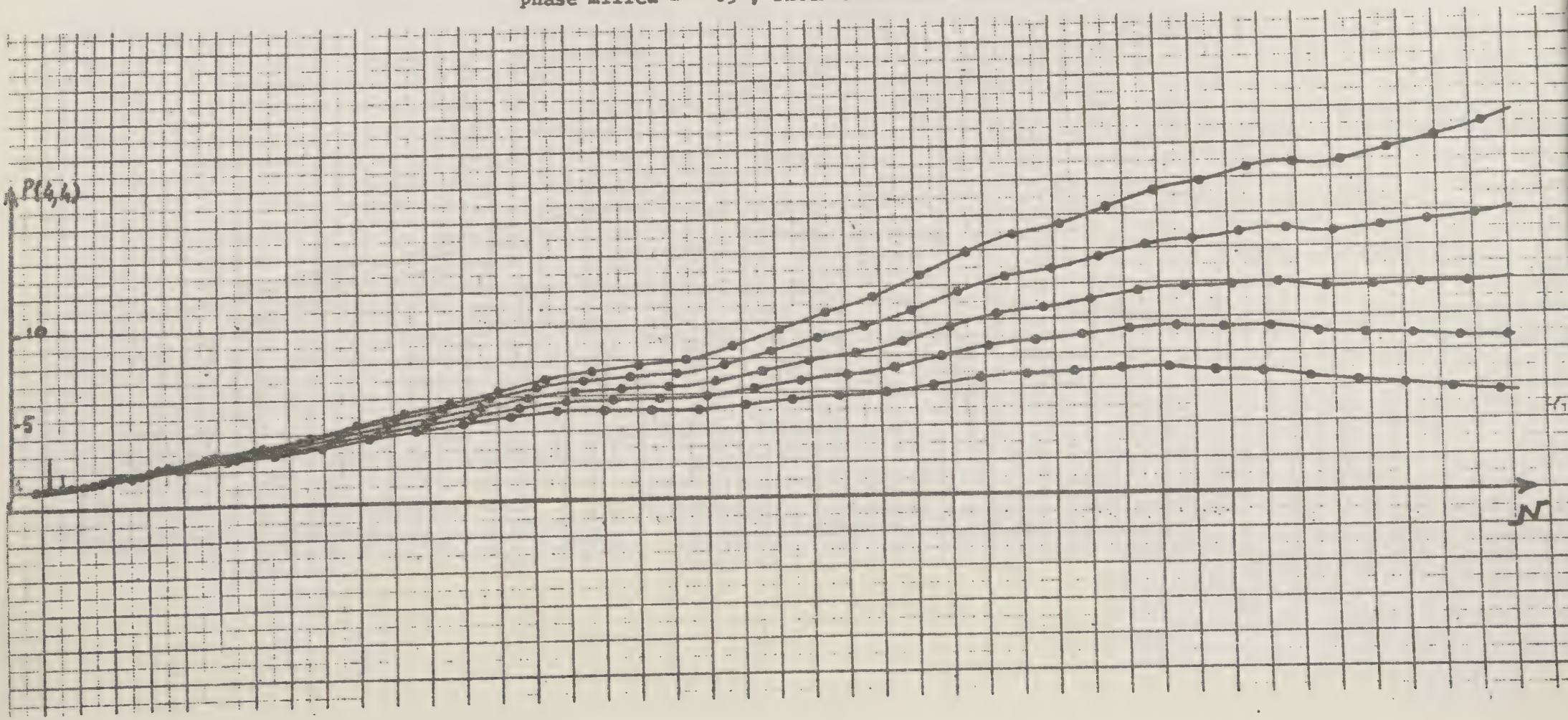


Figure 27 b1 : p (4, 4) = f (N) trajectoires verticales en harmonique 2, sans vitesse initiale

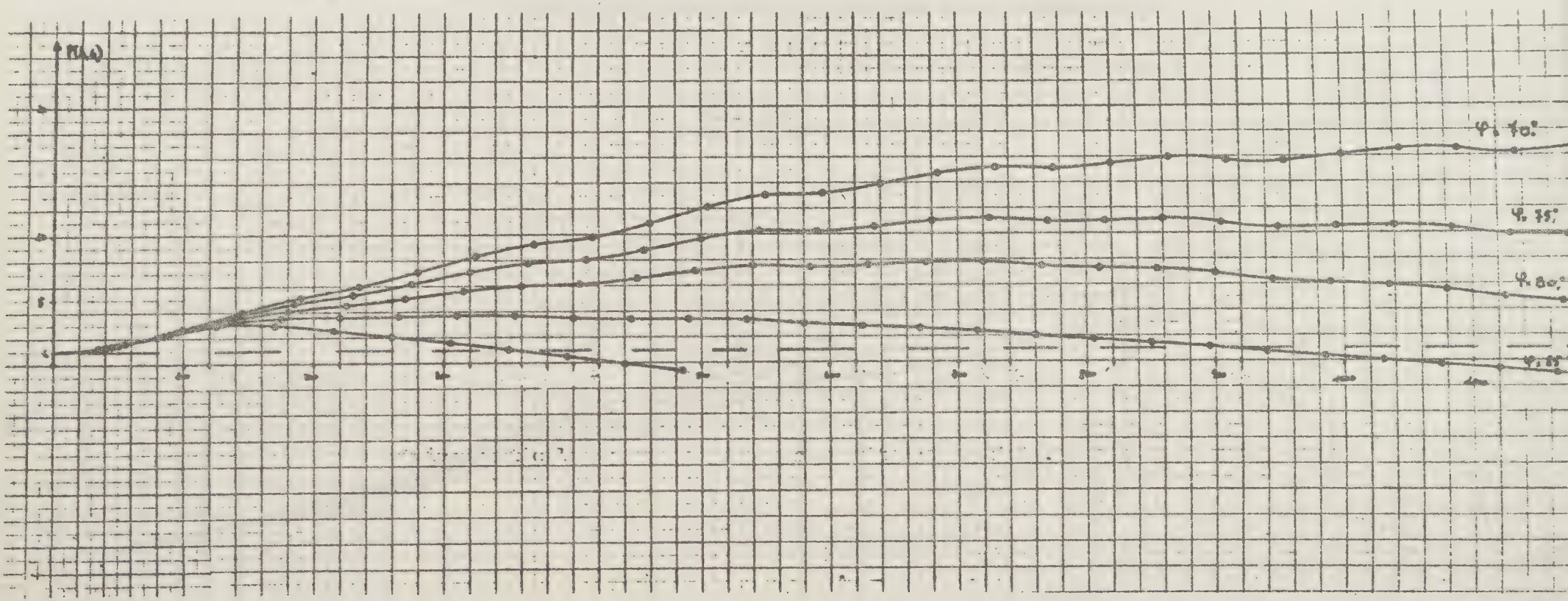


Figure 27 b2 : p (4, 4) = f (N) trajectoires verticales en harmonique 2 avec vitesse initiale (21 keV) (phase milieu 75° intervalle entre 2 phases 5°).

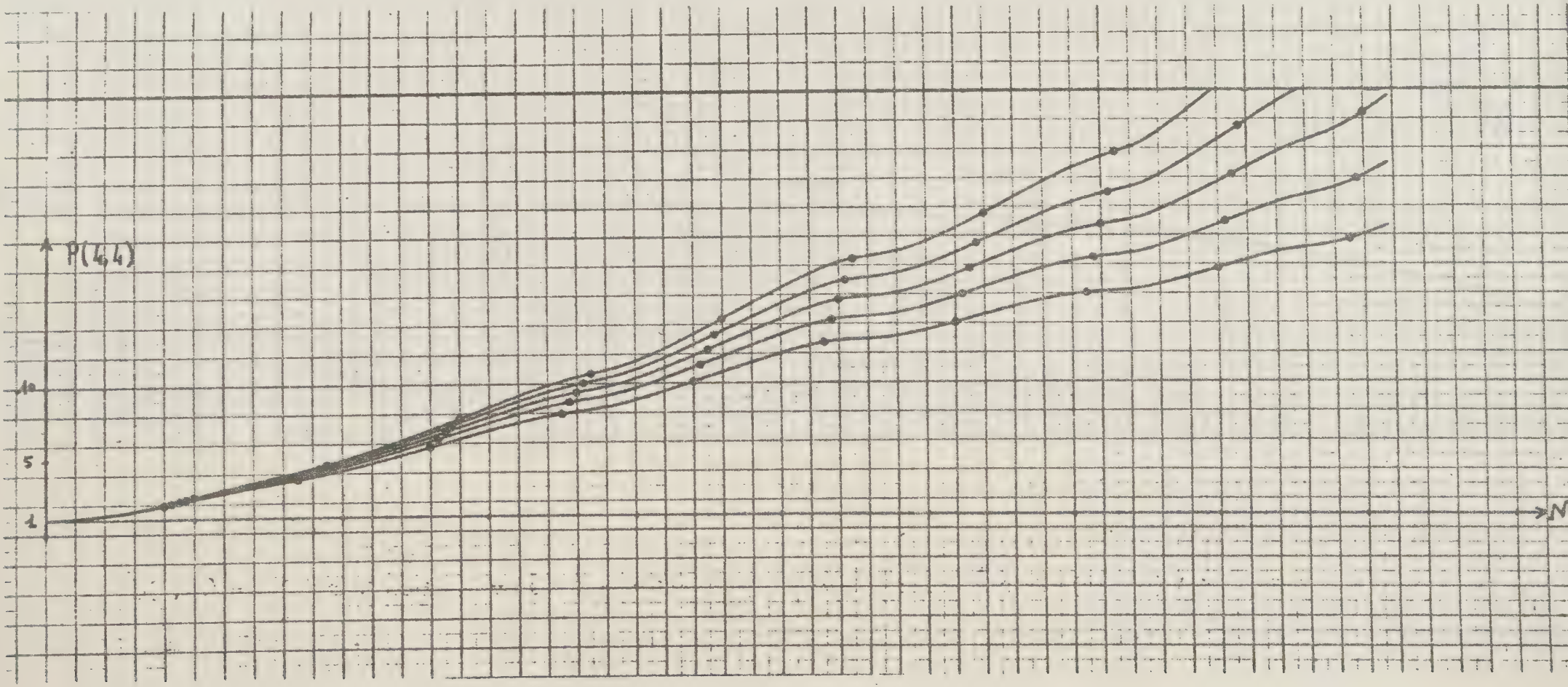


Figure 28 : p (4, 4) = f (N) trajectoires verticales théoriques : B = B_{cyclo}

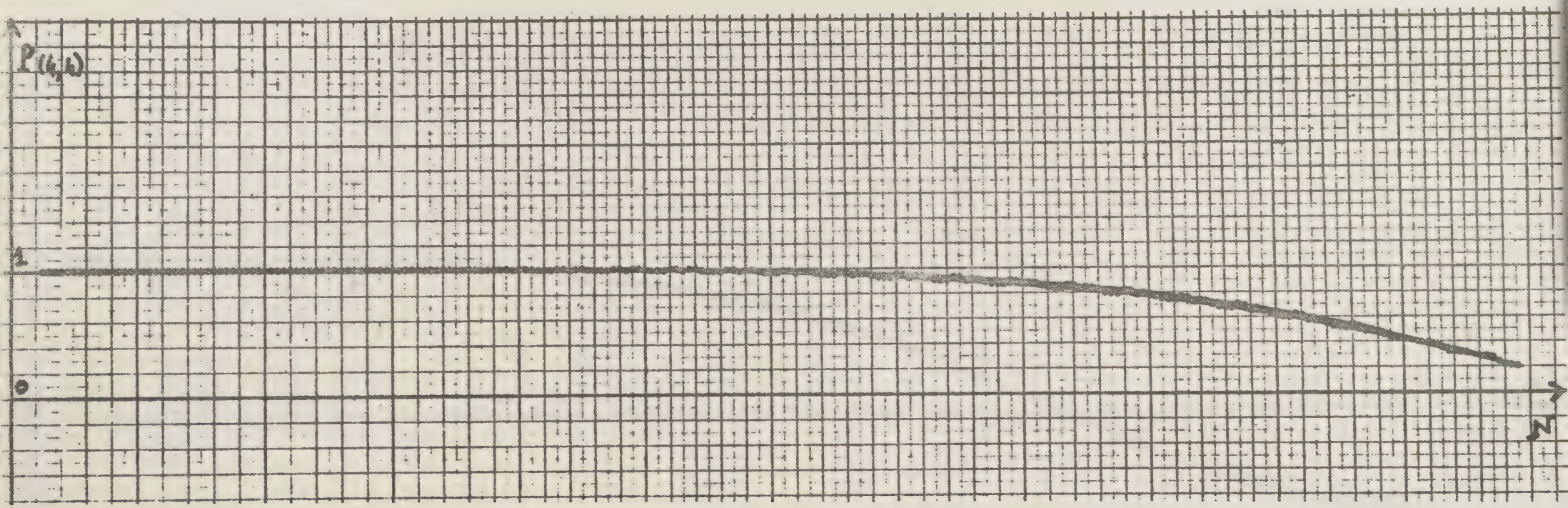
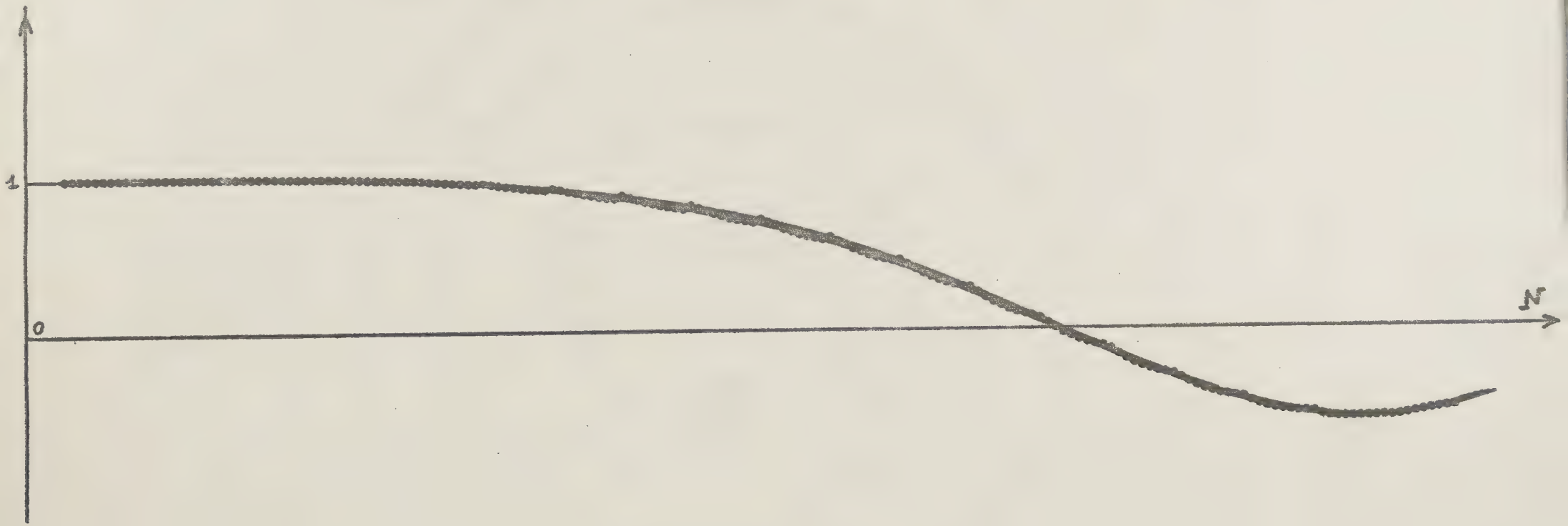


Figure 29 : P (4, 4) = $\mathcal{L}$ (N) trajectoires verticales théoriques : B = $B_{Frith, Lecoq}$



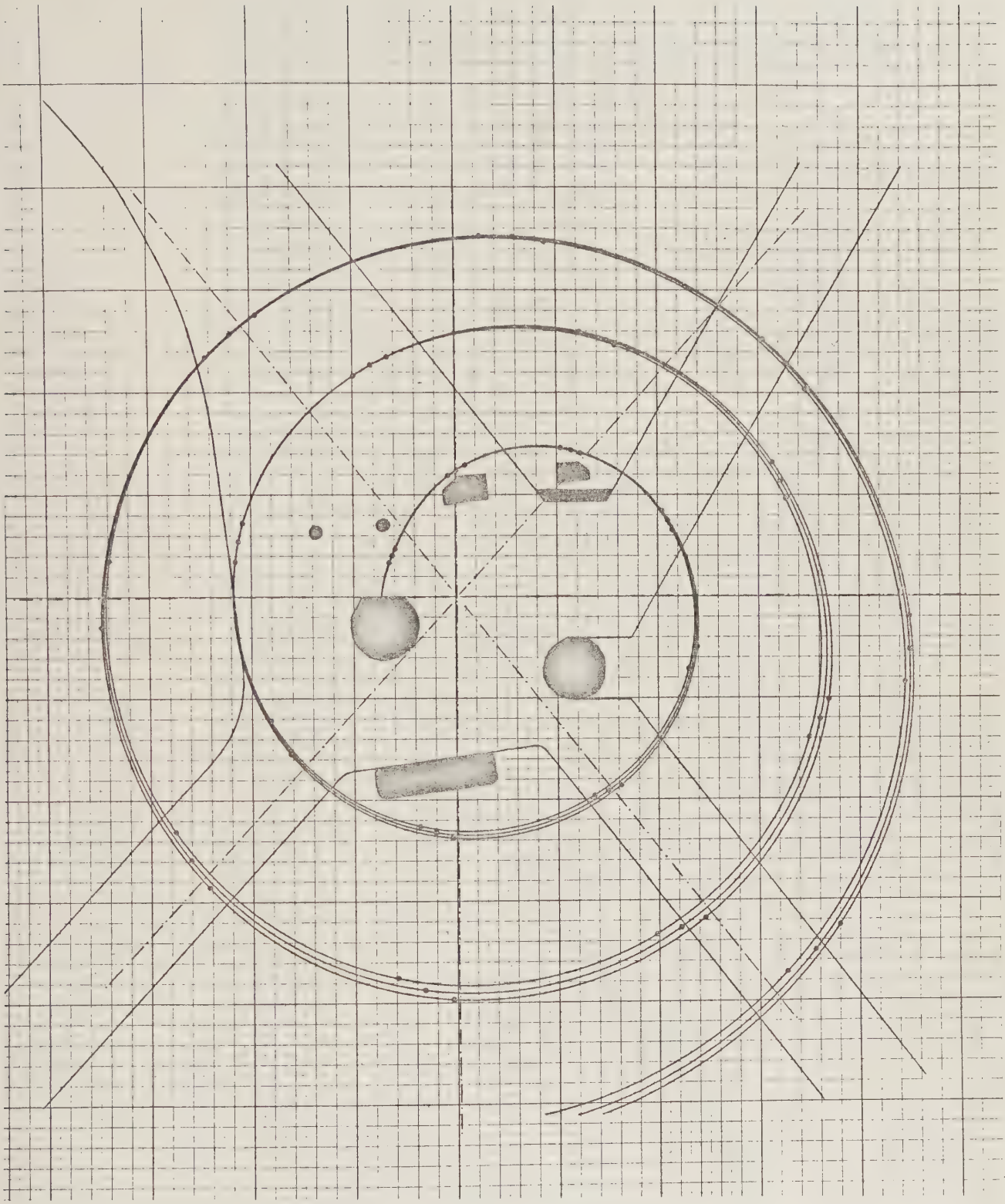


Figure 30 : Harmonique 1, trajectoires dans le plan médian :
$B = B_{Frith-Lecoq}$.

Figure 30b : p (4, 4) = f (N) trajectoires verticales en harmonique 1 B = $B_{Frith-Lecoq}$

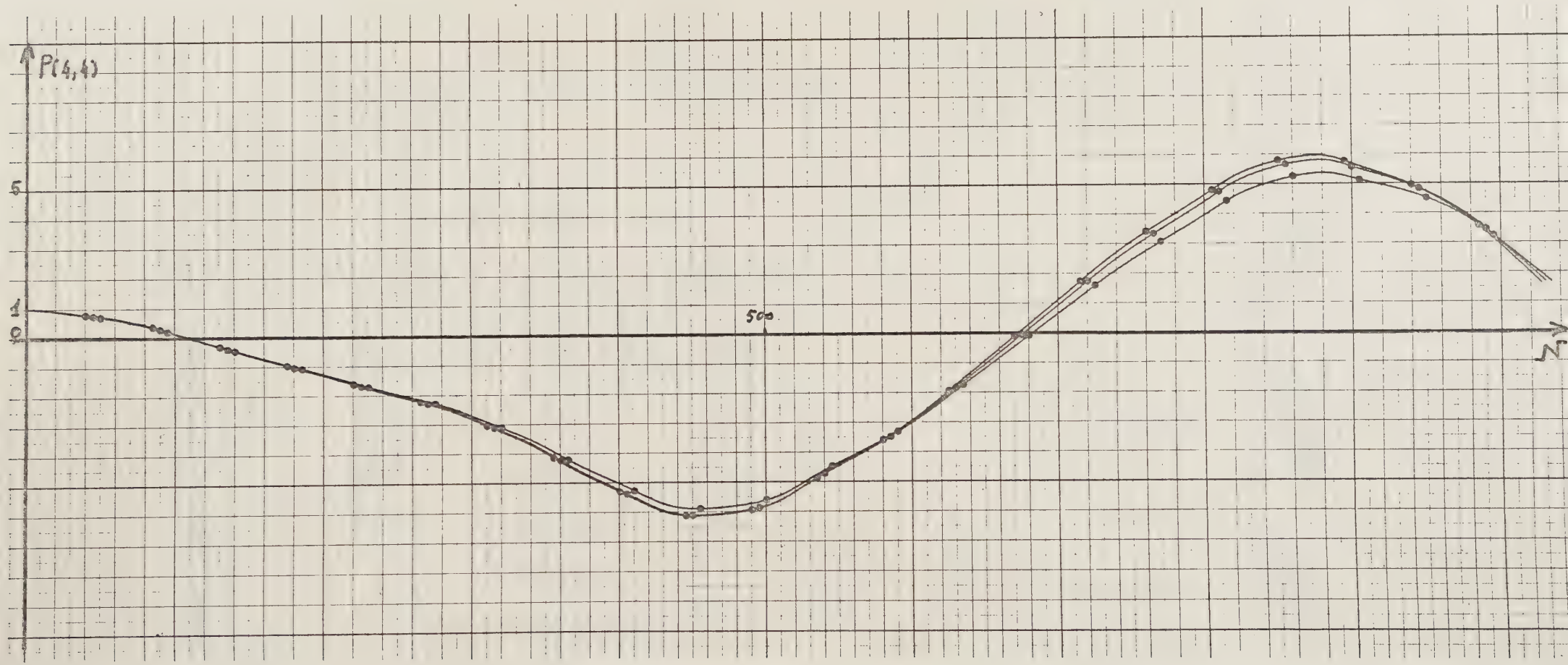
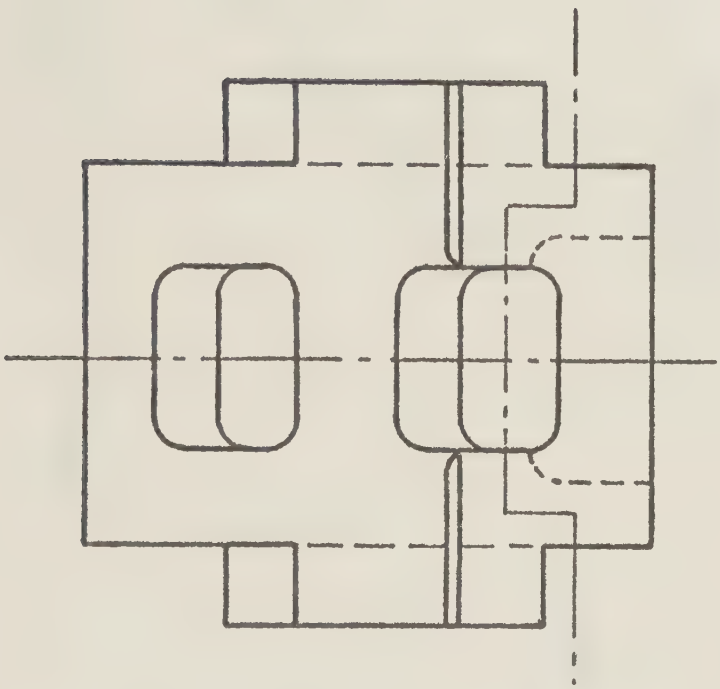


Figure 31 : nouveau puller



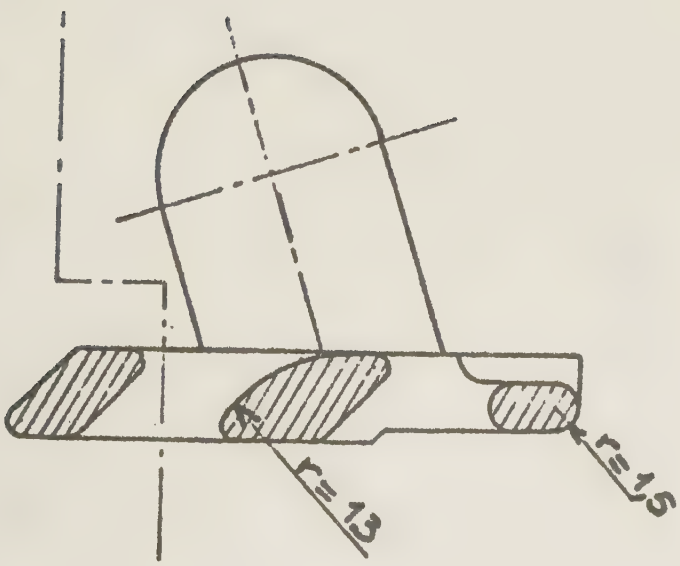
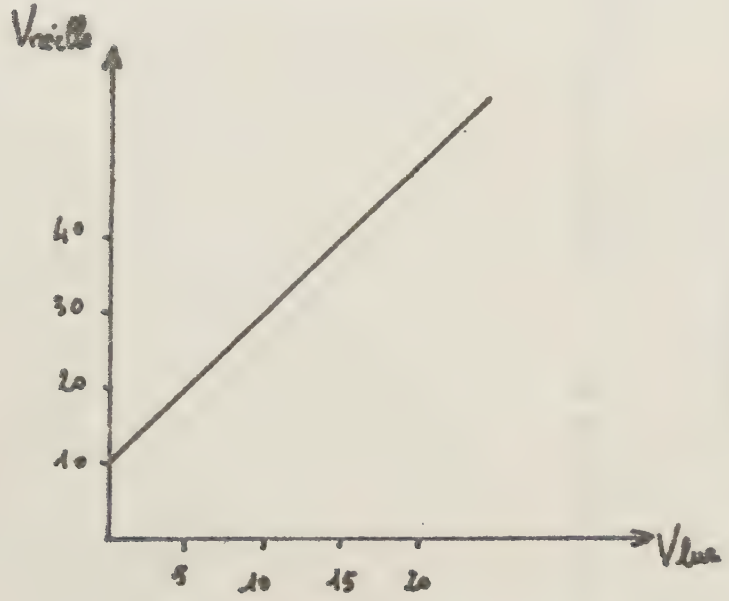
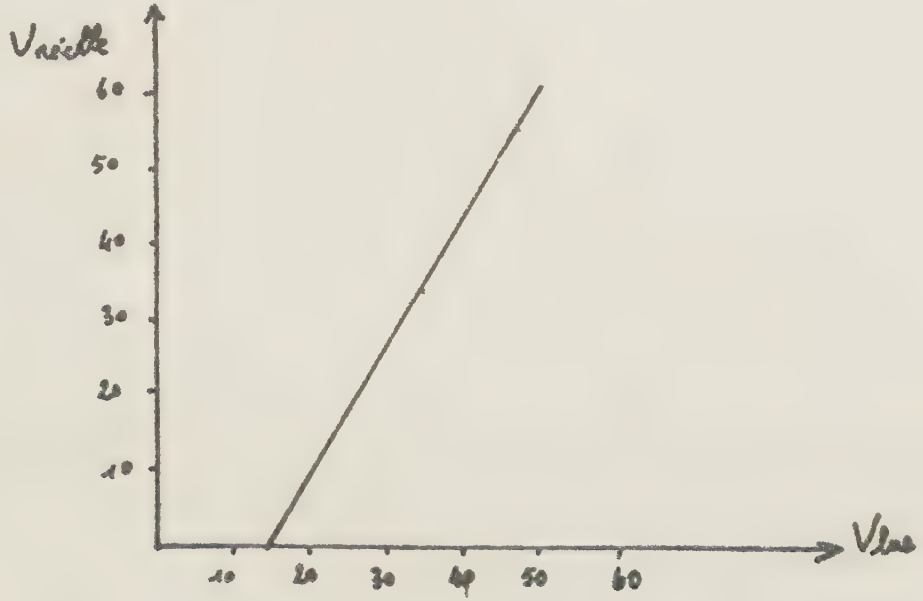


figure 32 : positions réelles de la source

RADIAL



LATÉRAL



P R O G R A M M E F O R T R A N

-oooo0oooo-

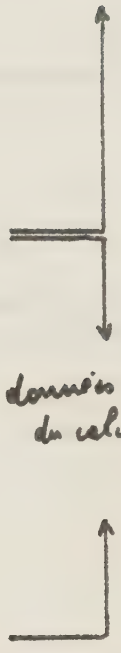
```
C  NTRA=0:PAS DE TRACE
C  NTRA=1:TRACE PLAN MEDIAN+C3+P(4,4)+P(4,5)
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT04F001  DD ..............
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT11F001  DD ..............
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT12F001  DD ..............
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT13F001  DD ..............
C  NTRA=2:TRACE DU PLAN MEDIAN SEUL
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT04F001  DD ..............
C  NTRA=3: PLAN MEDIAN+RAYON DE COURBURE
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT04F001  DD ..............
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT14F001  DD ..............
C  NTRA=4:TRACE DU RAYON DE COURBURE SEUL
C  PREVOIR UNE CARTE  //GO.FT04F001.....
C  PREVOIR UNE CARTE //GO.FT14F001  DD ..............
C  MARQ=1: MARQUAGE TOUT LES 'ND' INTERVALLES
C  NECR=1: ECRITURE DES 'X,Y' TOUT LES 10 PAS
C  NFOC=1: TRACE DE LA FOCALISATION GEOMETRIQUE RADIALE
C   *********ATTENTION:IL FAUT ALORS NTP=1
C  ET   IL FAUT FAIRE VARIER SOIT XX SOIT YY,MAIS NON LES DEUX
C
C
C
      IMPLICIT REAL *8 (A-F,H,O-Z)
      COMMON BB(6),LX,LY,IB,JB,PASI,PASJ,SX1,SY1,XO,YO,DO,D1,X1,Y1,
      COMMON NI,VF,NJ
      COMMON/CIB1/IB1/CIX1/IX1/CIY1/IY1
      COMMON/CIB2/IB2/CIX2/IX2/CIY2/IY2
      INTEGER  IB1(100,80),IX1(100,80),IY1(100,80)
      INTEGER  IB2(60,60),IX2(60,60),IY2(60,60)
      DIMENSION A(6,6),H(6,6),P(6,6)
      READ(5,2) XX,YY,XX1,YY1,AM,ER
      READ(5,2) TX1,TX2,TY1,TY2
      READ(5,2) TX3,TX4,TY3,TY4
      READ(5,3)  NO,NMAX,ND
      READ(5,2) CB,CE
      READ(5,3) MPHI,NPHI,NTP
      READ(5,3) NTRA,NECR,MARQ
      READ(5,3) NFOC,NPX,NPY
    2 FORMAT(6D13.8)
    3 FORMAT(4I4)
C1.1     FORMAT   I3,I3,I5,  POUR ILI,ICO,I..(ILI,ICO)
      READ(5,3) NX1,NY1,NX2,NY2
      WRITE(6,191) NX1,NY1,NX2,NY2
  191 FORMAT(2X,'X1=',I4,'Y1=',I4,'X2=',I4,'Y2=',I4)
  183 FORMAT(2I3,I5)
  190 FORMAT(12X,'ILI=',I4,' ICO=',I4,' VAL=',I5)
      IF(NX1.EQ.0) GO TO 181
      DO 182 II=1,NX1
      READ(5,183) ILI,ICO,IX1(ILI,ICO)
      WRITE(6,190) ILI,ICO,IX1(ILI,ICO)
  182 CONTINUE
  181 CONTINUE
      IF(NY1.EQ.0) GO TO 184
      DO 185 II=1,NY1
      READ(5,183) ILI,ICO,IY1(ILI,ICO)
      WRITE(6,190) ILI,ICO,IY1(ILI,ICO)
  185 CONTINUE
```

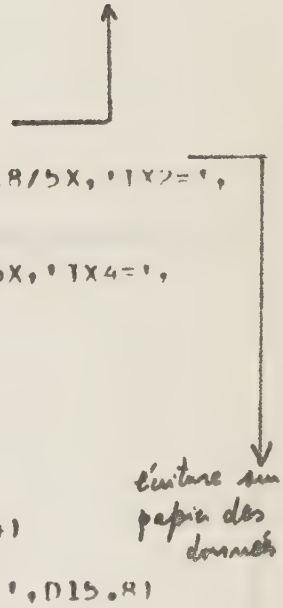
données du calcul

choix du tracé

modifications de valeurs du champ électrique

```
184 CONTINUE
    IF(NX2.EQ.0) GO TO 186
    DO 187 II=1,NX2
    READ(5,183) ILI,ICO,TX2(ILI,ICO)
    WRITE(6,190) ILI,ICO,TX2(ILI,ICO)
187 CONTINUE
186 CONTINUE
    IF(NY2.EQ.0) GO TO 188
    DO 189 II=1,NY2
    READ(5,183) ILI,ICO,TY2(ILI,ICO)
    WRITE(6,190) ILI,ICO,TY2(ILI,ICO)
189 CONTINUE
188 CONTINUE
    NI1=100
    NJ1=80
    NI2=60
    NJ2=60
    TN=360
    DX1=-0.4D-01
    DY1=-0.4D-01
    DX2=-0.9D-01
    DY2=-0.9D-01
    PASI1=0.1D-02
    PASJ1=0.1D-02
    PASI2=0.3D-02
    PASJ2=0.3D-02
    WRITE(6,166) TX1,TX2,TY1,TY2
166 FORMAT(2X,'LIMITES CARTE CENTRALE   : TX1=',D15.8/5X,'TX2=',
   1D15.8,'  TY1=',D13.5,'  TY2=',D15.8)
    WRITE(6,167) TX3,TX4,TY3,TY4
167 FORMAT(2X,'LIMITE CARTE EXTERIEURE:TX3=',D13.5/5X,'TX4=',
   1D13.8,'  TY3=',D13.5,'  TY4=',D13.8)
    WRITE(6,161) XX,YY,ER
    WRITE(6,162)  CB,CE
    WRITE(6,164) TN,NQ,NMAX
161 FORMAT(2X,'DONNEES DU CALCUL'/2X,'XX=',D15.8,
   1'  YY=',D15.8,'  ER=',D15.8)
162 FORMAT(2X,'CB=',D15.8,'  CE=',D15.8)
164 FORMAT(2X,'TN=',D15.8,'   NQ=',I3,'    NMAX=',I4)
    WRITE(6,170) XX1,YY1,AM
170 FORMAT(2X,'XX1=  ',D15.8,'  YY1= ',D15.8,'  AM= ',D15.8)
    WRITE(6,171) DX1,DY1,DX2,DY2,PASI1,PASJ1,PASI2,PASJ2
171 FORMAT(2X,'ORIGINE: ',4(D15.8,2X)/2X,' PAS DE MESURES: ',
   14(D15.8,2X))
    WRITE(6,165) ND
165 FORMAT(2X,'LE PROGRAMME DE MARQUAGE N EST VALABLE QUE POUR ',
   1'TN= 360',',  :ND=',I4)
    ENER=0.1562*ER*ER*10.**6
    VMAX=CE*10.**9/285.
    WRITE(6,172) ENER,VMAX
172 FORMAT(2X,'ENERGIE MAXIMUM:',D9.3,' MEV'/
   12X,'TENSION INTER-DE:',D9.3,' KILOVOLT')
    WRITE(6,163) MPHI,NPHI
163 FORMAT(1X,'PHASE MILIEU=',I4,'  INTERVALLE ENTRE 2 PHASES=',I4)
    WRITE(6,231) NTRA,NECR,MARQ
231 FORMAT(2X///2X,'************OPTIONS ***************'/15X,
   1'NTRA=',I2,' NECR=',I2,'  MARQ=',I2)
```





```
      WRITE(6,232) NFOC,NPX,NPY
  232 FORMAT(2X,'FOC. RADIALE:NFOC=',I3,' NPX=',I2,' NPY=',I2)
      WRITE(6,230)
  230 FORMAT(50X,'*******'//35X,
     1'DEBUT  DU  CALCUL'//30X,
     1'**********************************************')
      IF(NTRA.GT.4) GO TO 205
C  FOCALISATION  RADIALE
      IF(NFOC.NE.1) GO TO 207
      WRITE(6,227)
  227 FORMAT(10X,'***TRACE FOCALISATION RADIALE*******')
      IF(NTP.NE.1) WRITE(6,225) NTP,MPHI
  225 FORMAT(2X,'***LA VALEUR NTP=',I4,' N EST PAS VALABLE'/2X,
     1'LE CALCUL DE FOC RADIALE S EFFECTUE AVEC MPHI=',I4,'ET NTP=1')
      NTP=1
  207 CONTINUE
C
C
C  PAS DE FOC RADIALE
      IF(NFOC.NE.1) NPX=1
      IF(NFOC.NE.1) NPY=1
C
C  MARQUAGE SI NTRA=0
      IF(NTRA.NE.0) GO TO 208
      MARQ=1
      WRITE(6,228)
  228 FORMAT(10X,'******PAS  DE  TRACE *****MARQUAGE UNIQUEMENT*****')
  208 CONTINUE
C
      GENER=ENER
      VMAX=VMAX
      PI=3.141592
      AMU =0.931478 D00
      CL=0.2998 D00
      QN=NQ
      QSM=QN*CL*CL/AM/AMU
      OMEF=2.*PI*FR
      T=1./FR/TN
      DPHI=OMEGT
      IF(NTRA.NE.1) GO TO 200
      CALL DEBTRA(1200,1,1,'(6032,0150)',600)
      CALL SYMTRA(5,2.,300.,300.)
      CALL SYMTRA(5,2.,600.,150.)
```

Choix du tracé

```
      CALL SYMTRA(5,2.,600.,300.)
      CALL SYMTRA(5,2.,600.,450.)
C
      WRITE(6,221)
  221 FORMAT(2X,'TRACE DU PLAN MEDIAN,C3,P(4,4),P(5,4)')
  200 CONTINUE
      IF(NTRA.NE.2) GO TO 201
      CALL DERTRA(600,1,1,'(6032,0150)',600)
      CALL SYMTRA(5,4.,300.,300.)
      WRITE(6,222)
  222 FORMAT(12X,'TRACE DU PLAN MEDIAN**********')
  201 CONTINUE
      IF(NTRA.NE.3) GO TO 202
      NRAY=1
      CALL DERTRA(600,1,1,'(6032,0150)',600)
      CALL SYMTRA(5,4.,300.,300.)
      CALL SYMTRA(5,4.,650.,150.)
      WRITE(6,223)
  223 FORMAT(15X,'****TRACE DU PLAN MEDIAN ET RAYON DE COURBURE*****')
  202 CONTINUE
      IF(NTRA.NE.4) GO TO 203
      NRAY=1
      CALL DERTRA(300,1,1,'(6032,0150)',300)
      WRITE(6,224)
  224 FORMAT(15X,'****TRACE DU RAYON DE COURBURE****')
      CALL SYMTRA(5,4.,50.,150.)
      CALL DRYTRA(50.,150.)
  203 CONTINUE
      XX0=XX
      YY0=YY
      DO 25 KKX=1,NPX
      DO 25 KKY=1,NPY
      NPXX=(NPX+1)/2-KKX
      NPYY=(NPY+1)/2-KKY
      XX=XX0+NPXX*0.50-03
      YY=YY0+NPYY*0.50-03
      DO 1 NTP=1,NTP
      NT=(NTP+1)/2-NTP
      NMAXT=NMAX+NT*NPHI
      [illegible]
      WRITE(6,777) PHI
  777 FORMAT(1H1,20X,'PHASE INITIALE:PHI= ',D15.8//)
      PPHI=PHI*PI/180.
      X=XX
      Y=YY
      X1=XX0
      Y1=YY0
      DO 4 I=1,6
      DO 4 J=1,6
      A(I,J)=0.
    4 H(I,J)=0.
      DO 5 I=1,6
      A(I,I)=1.
    5 H(I,I)=1.
      N=0
      KN=0
   10 N=N+1
```

initialisation de la matrice variable

de but du calcul des trajectoires

```
      PHI=PPHI+(DFLOAT(N)-1.)*DPHI
      IF(N.GT.NMAX1) GO TO 1111
      NNN=NN
      NN=(N+NT*NPHI)/ND
      NTT=0
      IF((NN-NNN) .EQ. 1)  NTT=1
      IF(X.LT.TX3.OR.X.GT.TX4) GO TO 1111
      IF(Y.LT.TY3.OR.Y.GT.TY4) GO TO 1111
      IF (X.LT.TX1.OR.X.GT.TX2) GO TO 15
      IF( Y.LT.TY1.OR.Y.GT.TY2)  GO TO 15
      NI=NI1
      NJ=NJ1
      DX= DX1
      DY=DY1
      PASI=PASI1
      PASJ=PASJ1
      GO TO 16
   15 NI=NI2
      NJ=NJ2
      DX=DX2
      DY=DY2
      PASI=PASI2
      PASJ=PASJ2
   16 IB=(X-DX)/PASI+1.
      JB=(Y-DY)/PASJ+1.
      AI=DFLOAT(IB)-1.
      AJ=DFLOAT(JB)-1.
      XB=(AI*PASI)+DX
      YB=(AJ*PASJ)+DY
      IF(X1) 1001,1002,1002
1001  SX1=-1.
      LX=0
      GO TO 1003
1002  SX1=1.
      LX=1
1003  CONTINUE
      IF(Y1) 1004,1005,1005
1004  SY1=-1.
      LY=0
      GO TO 1006
1005  SY1=1.
      LY=1
1006  XX0=XB+(SX1+1.)*PASI/2.
      YY0=YB+(SY1+1.)*PASJ/2.
      X0=X-XX0
      Y0=Y-YY0
      IF(NT.EQ.NT1)  GO TO 13
      CALL INTER6 (IB2,61)
      GO TO 14
   13 CALL INTER6 (IB1,61)
   14 B0=BB(6)*CB
      B1=BB(1)*CB
      B2=BB(2)*CB
      B3=BB(3)*CB
      B4=BB(4)*CB
      B5=BB(5)*CB
      CB0=D0*CB
```

```
      CB1=D1*CB
      IF(NI.EQ.NI1)  GO TO 20
      CALL INTER6( IX2,&11)
      GO TO 21
   20 CALL INTER6(IX1,&11)
   21 EX0=BB(6)*CE
      EX1=BB(1)*CE
      EY2=BB(2)*CE
      EX3=BB(3)*CE
      EX4=BB(4)*CE
      EX5=BB(5)*CE
      CEX0=D0*CE
      CEX1=D1*CE
      IF(NI.EQ.NI1)  GO TO 22
      CALL INTER6(IY2,&11)
      GO TO 23
   22 CALL INTER6(IY1,&11)
   23 EY0=BB(6)*CE
      EY1=BB(1)*CE
      EY2=BB(2)*CE
      EY3=BB(3)*CE
      EY4=BB(4)*CE
      EY5=BB(5)*CE
      CEY0=D0*CE
      CEY1=D1*CE
      X2=DSM*(CB0*Y1+CEX0*DSIN(PHI))
      Y2=DSM*(-CB0*X1+CEY0*DSIN(PHI))
      C1=X2/2.
      C2=Y2/2.
      C3=X0*Y2+X1*Y1
      C4=Y0*Y2+Y1*Y1
      C5=X1*Y1+(Y0*X2+Y2*X0)/2.
      CB2=B1*C1+B2*C2+B3*C3+B4*C4+B5*C5
      CEX2=EX1*C1+EX2*C2+EX3*C3+EX4*C4+EX5*C5
      CEY2=EY1*C1+EY2*C2+EY3*C3+EY4*C4+EY5*C5
      C1=+CB0*Y2+CB1*Y1
      C2=CEX1*DSIN(PHI)+CEX0*OME*DCOS(PHI)
      X3=(C1+C2)*DSM
      C1=-CB0*X2-CB1*X1
      C2=CEY1*DSIN(PHI)+CEY0*OME*DCOS(PHI)
      Y3=(C1+C2)*DSM
      C1=CB1*Y2+CB0*Y3/2.+CB2*Y1
      C2=CEX1*OME*DCOS(PHI)-CEX0*OME*OME*DSIN(PHI)/2.+CEX2*DSIN(PHI)
      X4=2.*(C1+C2)*DSM
      C1=-CB1*X2-CB0*X3/2.-CB2*X1
      C2=CEY1*OME*DCOS(PHI)-CEY0*OME*OME*DSIN(PHI)/2.+CEY2*DSIN(PHI)
      Y4=2.*(C1+C2)*DSM
      XR= X
      YR=Y
      XR1=X1
      YR1=Y1
      X=X+X1*T+X2*T*T/2.+X3*T*T*T/6.+X4*T*T*T*T/24.
      Y=Y+Y1*T+Y2*T*T/2.+Y3*T*T*T/6.+Y4*T*T*T*T/24.
      WRITE(4,1011)X,Y,NTT,N
 1011 FORMAT(1X,2D15.8,1X,I2,I4)
      X1=X1+X2*T+X3*T*T/2.+X4*T**3/6.
      Y1 =Y1+Y2*T+Y3*T*T/2.+Y4*T**3/6.
```

```
      C1=B2+2.*B4*Y0+B5*X0
      C2=B1+2.*B3*X0+B5*Y0
      C3=-EX1-2.*EX3*X0-EX5*Y0-EY2-2.*EY4*Y0-EY5*X0
      C4=2.*B4*YR1+B5*XR1
      C5=2.*B3*XR1+B5*YR1
      C6=-2.*EX3*YR1-EX5*YR1-2.*EY4*YR1-EY5*XR1
      C7=C3*DME*DCOS(PHI)+C6*DSIN(PHI)
      C8=(XR1*C1-YR1*C2+C3*DSIN(PHI))*QSM
      C9=(XR1*C4+X2*C1-YR1*C5-Y2*C2+C7)*QSM
      V0=DSQRT(XR1*XR1+YR1*YR1)
      VF=DSQRT(X1*X1+Y1*Y1)
      A(4,4)=1.+C8*T*T/2.+C9*T**3/6.
      A(4,5)=(T+C8*T**3/6.)*V0
      A(5,4)=(C8*T+C9*T*T/2.)    /VF
      A(5,5)=(1.+C8*T*T/2.)*V0/VF
      DO 8 I=1,6
      DO 8 J=1,6
      S0=0.
      DO 7 NK=1,6
    7 S0=S0+A(I,NK)*H(NK,J)
    8 P(I,J)=S0
      DO 9 I=1,6
      DO 9 J=1,6
    9 H(I,J)=P(I,J)
C   TRACAGE DU RAYON DE COURBURE
      RC1=VF**3/(X1*Y2-Y1*X2)
      XRC1=X-RC1*Y1/VF
      YRC1=Y+RC1*X1/VF
      IF(NTRA.EQ.1) WRITE(14,1011) XRC1,YRC1,NTT,N
C
      IF(NTRA.NE.1) GO TO 204
 1012 FORMAT(18X,I2,I4,D15.8)
      WRITE(11,1012) NTT,N,C3
      WRITE(12,1012) NTT,N,C8
      WRITE(13,1012) NTT,N,P(4,4)
  204 CONTINUE
C   ECRITURE DE LA PROCEDURE DE MARQUAGE
      IF(MARQ.NE.1) GO TO 10
      IF(NTT .NE. 1) GO TO 10
      WRITE(6,7777) N,X,Y,PHI,VF,RC1,XRC1,YRC1
 7777 FORMAT(1X,'MARQUAGE N=',I4,' X=',D12.5,' Y=',D12.5,' PHI=',
     1D12.5,' VF=',D12.5,'  RC1=',D12.4,' XRC1=',D12.4,' YRC1=',D12.4)
      WRITE(6,1008) A(4,4),A(4,5),A(5,4),A(5,5)
 1008 FORMAT(18X,'A(4,4)=',D12.5,'  A(4,5)=',D12.5,'  A(5,4)=',
     1D12.5,'  A(5,5)=',D12.5)
      WRITE(6,1007)  P(4,4),P(4,5),P(5,4),P(5,5)
 1007 FORMAT(18X,'P(4,4)=',D12.5,'  P(4,5)=',D12.5,'  P(5,4)=',
     1D12.5,'  P(5,5)=',D12.5)
C
      GO TO 10
 1111 PHI=PHI+DPHI
      WRITE(6,55) X,Y,X1,Y1,PHI,N,VF
   55 FORMAT(2X,'FIN DE TRAJECTOIRE:X=',D12.5,'  Y=',D12.5,'  X1=',
     1D12.5,'  Y1=',D12.5,'  PHI=',D12.5,' N=',I4,'  VF=',D10.4)
      WRITE(6,11) P(4,4),P(4,5),P(5,4),P(5,5)
   11 FORMAT(13X,'P(4,4)=',D15.8,'  P(4,5)=',D15.8,'  P(5,4)=',
     1D15.8,'  P(5,5)=',D15.8)
```

calcul de la matrice élémentaire.

```
    1 CALL TRACE(NTRA,NECR,NTP,ND)
   25 CONTINUE
      CALL FINTRA
      GO TO 206
C  *****ERREUR*********(NTRA N'A PAS LA BONNE VALEUR)
  205 WRITE(6,226) NTRA
  226 FORMAT(10X,'*********ERREUR*********'/2X,'LA VALEUR NTRA=',I4,
     1'N EST PAS ACCEPTEE.LE CALCUL S ARRETE'/2X,'VALEURS PERMISES DE
     1NTRA= 0, 1, 2, 3, 4')
C
  206 CONTINUE
      END
      SUBROUTINE INTER6(IH,*)
      IMPLICIT REAL *8(A-F,H,O-Z)
      COMMON BB(6),LX,LY,IB,JB,PAS1,PASJ,SX1,SY1,X0,Y0,D0,D1,X1,Y1,N
      COMMON NI,VE,NJ
      INTEGER IH(NI,NJ)
      I=IB+LX
      J=JB+LY
      TEST=0.88880005
      BBB0=DFLOAT(IH(J,I))
      BBB1=DFLOAT(IH(J,I-1))
      BBB2=DFLOAT(IH(J+1,I))
      BBB3=DFLOAT(IH(J,I+1))
      BBB4=DFLOAT(IH(J-1,I))
      I=IB-LX+1
      J=JB-LY+1
      BBB5=DFLOAT(IH(J,I))
      IF(BBB0.GT.TEST) GO TO 10
      IF(BBB1.GT.TEST) GO TO 10
      IF(BBB2.GT.TEST) GO TO 10
      IF(BBB3.GT.TEST) GO TO 10
      IF(BBB4.GT.TEST) GO TO 10
      IF(BBB5.GT.TEST) GO TO 10
       BB(6)=BBB0
      BB(1)=(BBB3-BBB1)/PAS1/2.
      BB(2)=(BBB2-BBB4)/PASJ/2.
      BB(3)=(BBB1+BBB3-2.*BBB0)/PAS1/PAS1/2.
      BB(4)=(BBB2+BBB4-2.*BBB0)/PASJ/PASJ/2.
       C1=(BBB0-BBB5)/PAS1/PASJ
      C2=-BB(1)*SX1/PASJ
      C3=-BB(2)*SY1/PAS1
      C4=BB(3)*PAS1/PASJ
      C5=BB(4)*PASJ/PAS1
      C6=SX1*SY1
      BB(5)=-(C1+C2+C3+C4+C5)*C6
      D0=BB(6)+BB(1)*X0+BB(2)*Y0+BB(3)*X0*X0+BB(4)*Y0*Y0+BB(5)*X0*Y0
      D1=BB(1)*X1+BB(2)*Y1+2.*BB(3)*X0*X1+2.*BB(4)*Y0*Y1+BB(5)*(Y0*X1+
     1X0*Y1)
      RETURN
   10 WRITE(6,11) IB,JB,I,J,VE,N
      WRITE(6,12) BBB0,BBB1,BBB2,BBB3,BBB4,BBB5
   11 FORMAT(9X,'OBSTACLE:IB=',I3,2X,'JB=',I3,'   I1=',I3,'  C0=',I3,
     1'   VE=',F10.4,'  N=',I4)
   12 FORMAT(2X,'BBB0=',D12.5,' BBB1=',D12.5,' BBB2=',D12.5,' BBB3=',
     1D12.5,' BBB4=',D12.5,' BBB5=',D12.5)
      RETURN 1
      END
```

fin du calcul

interpolation polynomiale

test d'arrêt du calcul (obstacle)

```
      SUBROUTINE TRACE(NTRA,NECR,NTP,ND)
      IF(NTRA.EQ.0)  RETURN
      REWIND 4
      CALL ECHTRA(3000.,3000.)
      IF(NTRA.NE.4) CALL ORITRA(300.,300.)
      READ(4,1011) X,Y,NTT,N
 1011 FORMAT(1X,2D15.8,1X,I2,I4)
      WRITE(6,601) X,Y,NTT,N
  601 FORMAT(5X,'CALCUL DE LA TRAJECTOIRE'//15X,'X= ',21X,' Y='//
     1 10X,D15.8,10X,D15.8,5X,I2,I4)
      IF(NTRA.NE.4) CALL TRATRA(X,Y,0)
    1 READ(4,1011,END=10) X,Y,NTT,N
      IF(NECR.NE.1) GO TO 301
      REN=N
      DIV=REN/10.
      NEN=DIV
      RNEN=NEN
      IF((DIV-RNEN).GT.0.1E-04) GO TO 9996
      WRITE(6,600)X,Y ,NTT ,N
  600 FORMAT(10X,D15.8,10X,D15.8,5X,I2,I4)
  301 CONTINUE
 9996 IF(NTRA.NE.4) CALL TRATRA(X,Y,1)
      IF(NTT.EQ.1.AND.NTRA.NE.4) CALL SYMTRA(0,2.,X,Y)
      NNTT=N/ND
      IF(NTT.EQ.1.AND.NTP.EQ.1.AND.NTRA.NE.4)
     1CALL VALTRA(NNTT,0,2.,X,Y,0.,2)
      GO TO 1
   10 WRITE(6,2000)
 2000 FORMAT(1H0//10X,'FIN DU TRACE ')
      REWIND 4
      IF(NTRA.EQ.2) RETURN
      IF(NTRA.EQ.4) GO TO 300
      IF(NTRA.EQ.3) GO TO 300
 1012 FORMAT(18X,I2,I4,D15.8)
      REWIND 11
      CALL ORITRA(600.,150.)
      CALL ECHTRA(0.5,100.)
      READ(11,1012) NTT,N,Y
      X=N
      CALL TRATRA(X,Y,0)
  202 READ(11,1012,END=203) NTT,N,Y
      X=N
      CALL TRATRA(X,Y,1)
      IF(NTT.EQ.1) CALL SYMTRA(0,2.,X,Y)
      NNTT=N/ND
      IF(NTT.EQ.1.AND.NTP.EQ.1) CALL VALTRA(NNTT,0,2.,X,Y,0.,2)
      GO TO 202
  203 CONTINUE
      REWIND 11
      REWIND 12
      CALL ORITRA(600.,300.)
      CALL ECHTRA(0.5,3000.)
      READ(12,1012) NTT,N,Y
      X=N
      CALL TRATRA(X,Y,0)
  204 READ(12,1012,END=205) NTT,N,Y
```

Tracé sur Benson des trajectoires

```
      X=N
      CALL TRATRA(X,Y,1)
      IF(NTT.EQ.1) CALL SYMTRA(0,2.,X,Y)
      NNTT=N/ND
      IF(NTT.EQ.1.AND.NTP.EQ.1) CALL VALTRA(NNTT,0,2.,X,Y,0.,2)
      GO TO 204
  205 CONTINUE
      REWIND 12
      REWIND 13
      CALL ORITRA(600.,450.)
      CALL ECHTRA(0.5,5.)
      READ(13,1012) NTT,N,Y
      X=N
      CALL TRATRA(X,Y,0)
  206 READ(13,1012,END=207) NTT,N,Y
      Y=N
      CALL TRATRA(X,Y,1)
      IF(NTT.EQ.1) CALL SYMTRA(0,2.,X,Y)
      NNTT=N/ND
      IF(NTT.EQ.1.AND.NTP.EQ.1) CALL VALTRA(NNTT,0,2.,X,Y,0.,2)
      GO TO 206
  207 CONTINUE
      REWIND 13
      IF(NTRA.EQ.1) RETURN
  300 CONTINUE
      REWIND 14
      CALL ECHTRA(9000.,9000.)
      IF(NTRA.EQ.3) CALL ORITRA(650.,150.)
      READ(14,1011) X,Y,NTT,N
      CALL TRATRA(X,Y,0)
   22 READ(14,1011,END=20) X,Y,NTT,N
      CALL TRATRA(X,Y,1)
      IF(NTT.EQ.1) CALL SYMTRA(6,2.,X,Y)
      NNTT=N/ND
      IF(NTT.EQ.1) CALL VALTRA(NNTT,0,2.,X,Y,0.,2)
      GO TO 22
   20 CONTINUE
      REWIND 14
      RETURN
      END
```

```
      END
```